ÚVOD

Učebnica je určená študentom, ktorí majú záujem študovať na Technickej univerzite v Košiciach, najmä záujemcom o štúdium na Ekonomickej fakulte. Poslúži však dobre aj na prípravu na iné vysoké školy, kde sú prijímacie pohovory z matematiky. Dá sa dobre využiť aj na strednej škole pri opakovaní stredoškolského učiva a príprave na maturitu. Autori sa pri tvorbe učebnice prísne držali iba osnov stredoškolskej matematiky.

Náplňou publikácie je učivo, ktoré by mal mať študent zvládnuté, aby bol schopný plynulo pokračovať v štúdiu na Ekonomickej fakulte TU. Príklady sú rozdelené do deviatich častí. Cieľom publikácie ani tak nie je, aby sa študent pomocou nej učil stredoškolskú matematiku, ale skôr aby si pri riešení úloh overil, či jeho vedomosti sú na požadovanej úrovni pre prijatie. Ak bude vedieť vyriešiť úlohy zo zbierky, je dobre pripravený na prijímacie pohovory z matematiky a nemusí sa obávať, že ho prekvapí niečo, s čím nepočítal. V prvom vydaní publikácie z roku 1998 bol počet úloh 600, v druhom vydaní 735 a tretie je prepracované a rozšírené na 810 úloh. To je síce dosť veľký počet, ale každý študent vie, že na jeho usilovnosti závisí, aký bude jeho celkový bodový výsledok. Pozná tak charakter aj obtiažnosť úloh na prijímacom konaní, čo je dôležité najmä pre uchádzačov o štúdium s bydliskom mimo Košíc.

Želáme Vám veľa trpezlivosti pri riešení úloh uvedených v zbierke. Preklepy a drobné chybičky sa vždy nájdu, autori radi prijmú aj námety na zlepšenie budúcich vydaní.

Ďakujeme recenzentom doc. RNDr. Martinovi Bačovi, CSc. a Mgr. Jane Schusterovej za pozorné prečítanie publikácie a za návrhy na jej zlepšenie.

Tešíme sa na stretnutie na prijímacích pohovoroch.

Autori

V úlohách 1 - 76 určte podmienky, pri ktorých majú nasledujúce výrazy zmysel a výrazy zjednodušte.

1. $\left(a-\frac{4ab}{a+b}+b\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)$

$[\ a-b; a\neq \pm b\ ]$

2. $\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)$

$[\ \frac{1}{a};\ x\neq -1,\ x\neq -3,\ a\neq 0,\ x\neq 2a\ ]$

3. $\frac{2a}{a^2-4x^2}+\frac{1}{2x^2+6x-ax-3a}\cdot\left(x+\frac{3x-6}{x-2}\right)$

$[\ \frac{1}{a+2x};\ x\neq 2,\ x\neq -3,\ x\neq \pm\frac{a}{2}\ ]$

4. $\frac{3ab}{a^2-ab}+\frac{5a}{a+b}-2\frac{b^2+2a^2}{a^2-b^2}$

$[\ \frac{a-b}{a+b};\ a\neq 0, a\neq \pm b\ ]$

5. $\left(\frac{1}{2x-y}+\frac{3y}{y^2-4x^2}-\frac{2}{2x+y}\right):\left(\frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2}+1\right)$

$[\ -\frac{1}{4x}; x\neq \pm\frac{y}{2}, x\neq 0\ ]$

6. $\left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}-\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\right):\left(\frac{m+n}{m-n}-\frac{m-n}{m+n}\right)$

$[\ \frac{mn}{m^2+n^2};\ m\neq 0,\ n\neq 0,\ m\neq \pm n\ ]$

7. $6a + \left(\dfrac{a}{a-2} - \dfrac{a}{a+2}\right) : \dfrac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16}$

$$[\ (a+2)^2;\ a \neq 0,\ a \neq \pm 2\ ]$$

8. $\left[b^2 - \dfrac{a}{1 + \left(\dfrac{b-a}{a}\right)^{-1}} \cdot \left(\dfrac{ab}{b-a} - a\right)\right] : \dfrac{a^2 + ab + b^2}{b}$

$$[\ b - a;\ a \neq 0, b \neq 0, a \neq b\ ]$$

9. $\left(\dfrac{x^2 + y^2}{x} + y\right) : \left[\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}\right]$

$$[\ \frac{xy^2}{x-y}; x \neq 0, y \neq 0, x \neq y\ ]$$

10. $\dfrac{a^2 - 1}{n^2 + an} \cdot \left(\dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{n}} - 1\right) \cdot \dfrac{a - an^3 - n^4 + n}{1 - a^2}$

$$[\ \frac{n^2 + n + 1}{n};\ a \neq \pm 1,\ a \neq -n,\ n \neq 0,\ n \neq 1\ ]$$

11. $\dfrac{\dfrac{a+b}{a-b} - \dfrac{a-b}{a+b}}{1 - \dfrac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}} \cdot \dfrac{2 - \dfrac{1 + b^2}{b}}{\dfrac{1}{b^2} - \dfrac{2}{b} + 1}$

$$[\ 2a;\ a \neq \pm b,\ b \neq 0,\ b \neq 1\ ]$$

12. $\left[\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2}\right) \cdot \dfrac{1}{a^2 + 2ab + b^2} + \dfrac{2}{(a+b)^3} \cdot \left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right)\right] : \dfrac{a-b}{a^3 b^3}$

$$[\ \tfrac{ab}{a-b};\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ a \neq \pm b\ ]$$

13. $$\frac{\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-1\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1\right)\left(x^2-y^2\right)}{\frac{x^4}{y^2}-\frac{y^4}{x^2}}$$

$$[\ 1;\ x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq \pm y\ ]$$

14. $$\left(\frac{x^{-1}}{1+x^{-1}}+\frac{1-x^{-1}}{x^{-1}}\right):\left(\frac{x^{-1}}{1+x^{-1}}-\frac{1-x^{-1}}{x^{-1}}\right)$$

$$[\ \tfrac{x^2}{2-x^2};\ x \neq 0, -1, \pm\sqrt{2}\ ]$$

15. $$\left[\frac{p^2-q^2}{pq}-\frac{1}{p+q}\cdot\left(\frac{p^2}{q}-\frac{q^2}{p}\right)\right]:\frac{p-q}{p}$$

$$[\ \tfrac{p}{p+q};\ p \neq 0,\ q \neq 0,\ p \neq \pm q\ ]$$

16. $$\left[\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right):(x+y)+x\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\right]:\frac{1+x}{y}$$

$$[\ \tfrac{x-y}{x};\ x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq -1,\ x \neq -y\ ]$$

17. $$\frac{2b(a-1)}{(a-2)(b^2-1)}-\frac{a+b}{ab+a-2b-2}-\frac{a-b}{ab-a-2b+2}$$

$$[\ 0;\ a \neq 2,\ b \neq \pm 1\ ]$$

18. $$2u-\left(\frac{2u-3}{u+1}-\frac{u+1}{2-2u}-\frac{u^2+3}{2u^2-2}\right)\cdot\frac{u^3+1}{u^2-u}$$

$$[\ \tfrac{2(u-1)}{u};\ u \neq 0,\ u \neq \pm 1\ ]$$

19. $$\frac{a^4-b^4}{a^2b^2}:\left[\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\cdot\left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right)\right]$$

$$[\ \tfrac{a+b}{a-b};\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ a \neq b\ ]$$

20. $$\frac{\dfrac{a^2+1}{a-1}-a}{\dfrac{a^2-1}{a+1}+1}\cdot\left(1-\frac{2}{1+\dfrac{1}{a}}\right)$$ $[\,-\frac{1}{a};\ a\neq 0,\ a\neq\pm1\,]$

21. $$\frac{\left(\dfrac{a}{b}+1\right)^2}{\left(\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}\right)}\cdot\frac{\dfrac{a^3}{b^3}-1}{\dfrac{a^2}{b^2}+\dfrac{a}{b}+1}:\frac{\dfrac{a^3}{b^3}+1}{\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}-1}$$

$[\,1;\ a\neq 0,\ b\neq 0,\ a\neq\pm b\,]$

22. $$a(x+y)+\frac{\dfrac{1}{a-x}-\dfrac{1}{a-y}+\dfrac{x}{(a-x)^2}-\dfrac{y}{(a-y)^2}}{\dfrac{1}{(a-y)(a-x)^2}-\dfrac{1}{(a-x)(a-y)^2}}$$

$[\,2a^2;\ x\neq a,\ y\neq a,\ x\neq y\,]$

23. $$\left(\frac{1}{3a-b}+\frac{3ab-4}{27a^3-b^3}\right):\left(\frac{1}{9a^2+3ab+b^2}+\frac{2-2b}{b^3-27a^3}\right)$$

$[\,3a+b+2;\ b\neq 3a,\ 3a+b\neq 2\,]$

24. $$\frac{\left(1+\dfrac{c}{a+b}+\dfrac{c^2}{(a+b)^2}\right)\cdot\left(1-\dfrac{c^2}{(a+b)^2}\right)}{\left(1-\dfrac{c^3}{(a+b)^3}\right)\cdot\left(1+\dfrac{c}{a+b}\right)}$$

$[\,1;\ a\neq -b,\ a+b\neq\pm c\,]$

25. $$\frac{2}{3}\left[1+\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2\right]^{-1}+\frac{2}{3}\left[1+\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right)^2\right]^{-1}$$

$[\,\frac{x^2+1}{x^4+x^2+1}\,]$

26. $\dfrac{x^3+y^3}{x+y} : (x^2-y^2) + \dfrac{2y}{x+y} - \dfrac{xy}{x^2-y^2}$ $\quad [\ 1;\ x \neq \pm y\ ]$

27. $\left(\dfrac{2}{a+2} - \dfrac{a+1}{a^2-9} - \dfrac{1}{a+3}\right) : \dfrac{a+7}{a^2-a-6}$

$[\ -\frac{2}{a+3};\ a \neq -7, \pm 3, -2\ ]$

28. $\left[\dfrac{1}{(x+y)^2} \cdot \left(\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2}\right) + \dfrac{2}{(x+y)^3} \cdot \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)\right] : \dfrac{y}{x^2}$

$[\ \frac{1}{y^3};\ x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq -y\ ]$

29. $\left\{\left[\left(\dfrac{a+1}{a-1}\right)^2 + 3\right] : \left[\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)^2 + 3\right]\right\} : \dfrac{a^3+1}{a^3-1} - \dfrac{2a}{a-1}$

$[\ -1;\ a \neq \pm 1\ ]$

30. $\left(\dfrac{pq^3}{(p+q)^{\frac{5}{2}}} - \dfrac{2pq^2}{(p+q)^{\frac{3}{2}}} + \dfrac{pq}{\sqrt{p+q}}\right) : \left(\dfrac{p^2}{(p+q)^{\frac{5}{2}}} - \dfrac{p^2q}{(p+q)^{\frac{7}{2}}}\right)$

$[\ q(p+q);\ p > -q,\ p \neq 0\ ]$

31. $(\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}) \cdot \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + 4\sqrt{x} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$

$[\ 4x;\ x > 0,\ x \neq 1\ ]$

32. $\dfrac{(\sqrt{x}+2)\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}} - 1\right) - (\sqrt{x}-2)\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}} + 1\right) - \dfrac{8}{\sqrt{x}}}{(2-\sqrt{x+2}) : \left(\sqrt{\dfrac{2}{x}+1} - \dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)}$

$[\ 2;\ x > 0,\ x \neq 2\ ]$

33. $\sqrt{t+4} + t \cdot \dfrac{1 + \dfrac{2}{\sqrt{t+4}}}{2 - \sqrt{t+4}} + \dfrac{4}{\sqrt{t+4}}$

$[\ -4;\ t > -4,\ t \neq 0\ ]$

34. $\left(\dfrac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}} + \dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9} - x + 3} \right) : \left(\sqrt{\dfrac{x^2}{9} - 1} \right)$

$[\ 1;\ x > 3\ ]$

35. $\left(\dfrac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-b}} + \dfrac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+b}} \right) : \left(1 + \sqrt{\dfrac{a+b}{a-b}} \right)$

$[\ \frac{\sqrt{a-b}}{b};\ a \geq 0,\ a > b,\ a \geq -b,\ b \neq 0\ ]$

36. $\left(\dfrac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

$[\ 1;\ a \geq 0,\ b \geq 0,\ a \neq b\ ]$

37. $\dfrac{\left(\dfrac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}}$

$[\ 0;\ a \neq b,\ a > 0,\ b \geq 0\ ]$

38. $\left(\dfrac{a\sqrt{a} + 27b\sqrt{b}}{3\sqrt{a} + 9\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left(\dfrac{3\sqrt{a} + 9\sqrt{b}}{a - 9b} \right)^2$

$[\ 3;\ a \geq 0,\ b \geq 0,\ a \neq 9b\ ]$

39. $\left(\sqrt{2a}-\dfrac{2a}{a+\sqrt{2a}}\right):\left(\dfrac{\sqrt{2a}-2}{a-2}\right)$

[a; $a \neq 2$, $a > 0$]

40. $\left(\dfrac{a+2}{\sqrt{2a}}-\dfrac{a}{\sqrt{2a}+2}+\dfrac{2}{a-\sqrt{2a}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2}$

[$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}$; $a \neq 2$, $a > 0$]

41. $\left(\dfrac{\sqrt[4]{x^3}-\sqrt[4]{x}}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}\right)^2\cdot\left(1+\dfrac{2}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$

[$\frac{1}{1+\sqrt{x}}$; $x > 0$, $x \neq 1$]

42. $2x+\sqrt{x^2-1}\cdot\left(1+\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)-\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

[$2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$; $|x| > 1$]

43. $\left(\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}-\dfrac{\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{x}}\right)^{-2}-\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}-\dfrac{\sqrt{1+x}}{1-\sqrt{x}}\right)^{-2}$

[$\frac{(1+x)\sqrt{x}}{x}$; $x > 0$, $x \neq 1$]

44. $\dfrac{\dfrac{2x}{\sqrt{1+x}}+\sqrt{x-1}}{1+\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}}\cdot\dfrac{2x}{(x+1)\sqrt{x+1}-(x-1)\sqrt{x-1}}$

[x; $x \geq 1$]

45. $1-\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{a-1}}-\sqrt{a+1}}{\dfrac{1}{\sqrt{a+1}}-\dfrac{1}{\sqrt{a-1}}}:\dfrac{\sqrt{a+1}\sqrt{a^2-1}}{(a-1)\sqrt{a+1}-(a+1)\sqrt{a-1}}$

$[\ \sqrt{a^2-1};\ a>1\ ]$

46. $\dfrac{\sqrt{1-x^2}-1}{x}\cdot\left(\dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1}+\dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}\right)$

$[\ -1;\ x\in\langle -1,0)\cup(0,1)\ ]$

47. $\left(\sqrt{a}+\dfrac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right):\left(\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}-\dfrac{b}{\sqrt{ab}}-\dfrac{a}{\sqrt{ab}+b}\right)$

$[\ \frac{a+b}{\sqrt{a}};\ a>0,\ b>0\ ]$

48. $\dfrac{a\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1}+b\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}}{\left(\dfrac{a+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}+\left(\dfrac{b+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}}$

$[\ \sqrt{ab};\ a>0,\ b>0\ ]$

49. $\left(\dfrac{2-a\sqrt{a}}{2a-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\cdot\left(\dfrac{2+a\sqrt{a}}{2a+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right):\dfrac{4+a^2}{4a-1}$

$[\ \frac{1-a}{a};\ a\neq\frac{1}{4},\ a>0\ ]$

50. $\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b}-\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot\left(\sqrt{ab}\cdot\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^{-1}$

$[\ 1;\ a\neq b,\ a>0,\ b>0\ ]$

51. $\dfrac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}-\dfrac{2}{a^{\frac{3}{2}}}-\dfrac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}$ $\qquad [\ \sqrt{a};\ a>0,\ a\neq 1\ ]$

52. $\left(\dfrac{1}{a-\sqrt{2}}-\dfrac{a^2+4}{a^3-\sqrt{8}}\right):\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}+1+\dfrac{\sqrt{2}}{a}\right)^{-1}$

$[\ \frac{1}{a};\ a\neq\sqrt{2},\ a\neq 0\ ]$

53. $\sqrt{\dfrac{(1+a)\sqrt[3]{1+a}}{3a}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{3}}{9+18a^{-1}+9a^{-2}}}$ $\qquad [\ \frac{\sqrt[6]{a}}{3};\ a>0\ ]$

54. $x^3\cdot\sqrt[3]{x\sqrt{x}}\cdot\left[\dfrac{(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y})^2+(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y})^2}{x+\sqrt{xy}}\right]^5$

$[\ 32x;\ x>0,\ y\geq 0\ ]$

55. $2(a+b)^{-1}\cdot(ab)^{\frac{1}{2}}\cdot\left[1+\frac{1}{4}\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}-\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$[\ \frac{|a+b|}{a+b};\ ab>0,\ a\neq -b\ ]$

56. $\left(a+b^{\frac{3}{2}}:\sqrt{a}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)^{-\frac{2}{3}}$

$[\ \sqrt[3]{(a-b)^2};\ a>0,\ b\geq 0,\ a\neq b\ ]$

57. $\dfrac{(x-y)^3\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^{-3}+2x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}+\dfrac{3\left(\sqrt{x}\sqrt{y}-x\right)}{x-y}$

$[\ 0;\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ x\neq y\ ]$

58. $\sqrt{x\sqrt[3]{x^2}} + 4\sqrt[3]{x\sqrt{x}} - 2x\sqrt[3]{\dfrac{1}{\sqrt{x}}} + 3x\sqrt{x^{-\frac{1}{3}}}$

[$2\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}+2)$; $x>0$]

59. $\dfrac{\left(\sqrt[5]{a^{4/3}}\right)^{3/2}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \dfrac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4}{\left(\sqrt[3]{a\sqrt{b}}\right)^6}$ [$\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}$; $a>0,\ b>0$]

60. $\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}}\right)^{\frac{1}{4}} : \left(\dfrac{2a^{-1}}{\sqrt[4]{2a^4}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\dfrac{3\sqrt[4]{a^{2.5}}(6a)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt[6]{27}}\right]^{-1}$ [a; $a>0$]

61. $\left\{1+\left[x\left(1-x^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right]^2\right\}^{-1} : \left[\dfrac{\left(x^0\right)^{-\frac{1}{3}}}{1-x}\right]^{-1}$

[$1+x$; $x\neq 0,\ |\,x\,|<1$]

62. $\left[\dfrac{3x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-2x^{-\frac{1}{3}}} - \dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{1}{3}}}\right]^{-1} - \left[\dfrac{1-2x}{3x-2}\right]^{-1}$

[$\frac{x^2}{2x-1}$; $x\neq 0,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ 1,\ 2$]

63. $\left(\dfrac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \dfrac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right)^2$

[$9a$; $a>0,\ a\neq 1,\ a\neq \frac{3}{2}$]

64. $\left[\left(a^{0.5}+b^{0.5}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{1.5}-b^{1.5}}\right)^{-1}\right] \cdot (ab)^{-0.5}$

[1; $a\neq b,\ a>0,\ b>0$]

65. $\left[(a-b)\sqrt{\dfrac{a+b}{a-b}}+a-b\right]\left[(a-b)\left(\sqrt{\dfrac{a+b}{a-b}}-1\right)\right]$

$$\left[\ (a-b)\cdot 2b;\ a\neq b,\ \frac{a+b}{a-b}\geq 0\ \right]$$

66. $\left[(a+b)^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right]\cdot\left[(a+b)^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right]$

$$\left[\ 2\sqrt{ab};\ a\geq 0,\ b\geq 0\ \right]$$

67. $\dfrac{3y}{\sqrt{x}+y}+\dfrac{\sqrt{x}+y}{y-\sqrt{x}}-\dfrac{y\sqrt{x}-5x}{x-y^2}$ $\quad\left[\ 4;\ y\neq\pm\sqrt{x},\ x\geq 0\ \right]$

68. $\left[\left(a^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}(a-x)-\dfrac{a+x}{a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}\right]\cdot 2^{-1}\cdot(ax)^{-\frac{1}{3}}$

$$\left[\ 1;\ a\neq 0,\ x\neq 0,\ x\neq\pm a\ \right]$$

69. $\left[\dfrac{\dfrac{1}{a}-a}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}}+1\right)\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}}-1\right)}+\sqrt[3]{a}\right]^{-3}$

$$\left[\ a;\ a\neq 0\ \right]$$

70. $\left[\dfrac{x}{y(y-x)}+\dfrac{y}{x(x-y)}\right]\cdot\dfrac{(x+y)^{-\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{4}{3}}\cdot y^2}{(x+y)^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

$$\left[\ -y;\ x\neq 0,\ y\neq 0,\ x\neq\pm y\ \right]$$

71. $\left(\dfrac{1}{b-\sqrt{a}}-\dfrac{1}{b+\sqrt{a}}\right):\dfrac{3a^{-2}b^{-1}}{a^{-2}-b^{-2}a^{-1}}$

$$\left[\ \tfrac{2\sqrt{a}}{3b};\ a>0,\ b\neq 0,\sqrt{a}\neq\pm b\ \right]$$

72. $\dfrac{\left[(x-y)^{\frac{3}{5}}\right]^{-\frac{4}{3}} + \sqrt[10]{(x-y)^{-8}}}{\sqrt[5]{(x-y)^{-2}}} \cdot \dfrac{x-y}{\sqrt[5]{(x-y)^3}}$

$[\ 2;\ x \neq y\ ]$

73. $\sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^4} \cdot \sqrt[4]{8a^3b^5} \cdot \sqrt[6]{a^5b^7} \cdot \sqrt[12]{2a^3b^9}$

$[\ 2\sqrt{2}a^3b^5;\ ab \geq 0\ ]$

74. $\sqrt{a\sqrt[3]{b^{-1}}} : \sqrt[3]{b^2\sqrt{a}} + \sqrt[6]{b} : b$ $\quad [\ \frac{\sqrt[3]{a}+1}{\sqrt[6]{b^5}};\ a > 0,\ b > 0\ ]$

75. $\left[\dfrac{\left(a^{\frac{1}{4}}b^{-1}\right)^{-1}}{c^{-2}d^{\frac{1}{2}}}\right]^{-3} \cdot \left[\dfrac{a^{\frac{3}{4}}\sqrt[3]{b^2}\sqrt{d^5}}{\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^4}\right]^{-1}$

$[\ b^{-\frac{11}{3}}d^{-1};\ a > 0,\ c > 0,\ d > 0,\ b \neq 0\ ]$

76. $\left(\dfrac{x^{-\frac{2}{3}}}{y^{-1}} - \dfrac{y^{-1}}{x^{-\frac{2}{3}}}\right) : \left(\dfrac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{2}}} - \dfrac{y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{3}}}\right)$

$\left[\ \frac{y+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^2y^3}};\ x \neq 0,\ y > 0,\ y \neq \sqrt[3]{x^2}\ \right]$

V úlohách 77-80 zjednodušte výrazy:

77. $\dfrac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \dfrac{\sqrt{3\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3\sqrt[4]{27}}}$ $\quad [\ 27 \cdot \sqrt[4]{3^3}\ ]$

78. $\left(\dfrac{15}{\sqrt{6}+1} + \dfrac{4}{\sqrt{6}-2} - \dfrac{12}{3-\sqrt{6}}\right)(\sqrt{6}+11)$

$[\ -115\ ]$

79. $\left(\dfrac{3}{2+\sqrt{3}}+3\sqrt{3}\right)^4$ $\left[\ 6^4\ \right]$

80. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2$ $\left[\ \dfrac{9(3+2\sqrt{2})}{2}\ \right]$

Riešte v R rovnice:

81. $\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{x^2-20}{x^2-16}=1$ [8]

82. $\dfrac{2x+19}{5x^2-5}-\dfrac{3x}{1-x}=3+\dfrac{17}{x^2-1}$ [3]

83. $\dfrac{\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-1}{2}}{\dfrac{x}{3}-\dfrac{x+1}{4}}=x$ [−2]

84. $\dfrac{x-2}{x-3}+\dfrac{15}{x^2-3x}=\dfrac{6}{x-3}-\dfrac{3}{2}$ [2]

85. $1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{1}{x-1}$ [$\emptyset$]

86. $\dfrac{2}{2x+3}-\dfrac{2}{3-2x}=\dfrac{4x^2-21}{4x^2-9}$ [$\frac{7}{2}$]

87. $\dfrac{x-3}{x+6}+\dfrac{x-10}{x+5}+\dfrac{15}{x^2+11x+30}=\dfrac{9-x}{6+x}$ [7]

88. $\dfrac{x+12}{x+2}+\dfrac{5}{x^2-x-6}+\dfrac{x-4}{x-3}=1$ [−11]

89. $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{4}{x^2-x+1}=\dfrac{3}{x^3+1}$ [−2]

90. $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{x^2+x+1}=\dfrac{7}{x^3-1}$ [−1; 3]

Použitím vhodnej substitúcie riešte v R rovnice:

91. $\left(\dfrac{x-2}{x+3}-3\right)\left(\dfrac{x+3}{x-2}-1\right)=\dfrac{2-x}{x+3}$ [17]

92. $\left(\dfrac{x-1}{x+1}-2\right)\left(\dfrac{x+1}{x-1}-1\right)=\dfrac{1-x}{x+1}$ [5]

93. $\left(\dfrac{x-3}{x+2}-5\right)\left(\dfrac{x-3}{x+2}+3\right)-9=0$ [$-3;\ -1$]

94. $\left(3\cdot\dfrac{3x+2}{x-1}-2\right)\left(\dfrac{x-1}{3x+2}-1\right)=\dfrac{3x+2}{1-x}$ [$-4;-1$]

95. $\left(\dfrac{x+10}{x+2}\right)^2+5\cdot\dfrac{x+10}{x+2}-14=0$ [$-3;\ 6$]

96. $\left(\dfrac{x+7}{x-3}\right)^2+7\cdot\dfrac{x+7}{x-3}-18=0$ [$2;\ 13$]

97. $\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^2+5=14\cdot\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^2$ [$-3-\sqrt{2};\ -3+\sqrt{2}$]

98. $x^4-14x^2+45=0$ [$-3;\ -\sqrt{5};\ \sqrt{5};\ 3$]

99. $4x^4-37x^2+9=0$ [$-3;\ 3;\ -\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}$]

100. $x^6-28x^3+27=0$ [$1;\ 3$]

101. $8x^6-17x^3+2=0$ [$\frac{1}{2};\ \sqrt[3]{2}$]

102. $100x^{-4}+21x^{-2}-1=0$ [$-5;\ 5$]

103. $(x-5)^4-7(x-5)^2=44$ [$5-\sqrt{11};\ 5+\sqrt{11}$]

Riešte v R iracionálne rovnice:

104. $2\sqrt{x+1}+\sqrt{4x-3}=3$ $\left[\ \frac{7}{9}\ \right]$

105. $\sqrt{15-x}+\sqrt{3-x}=6$ $[\ -1\ ]$

106. $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$ $[\ -1;\ 3\ ]$

107. $2\sqrt{x+2}+\sqrt{2-4x}=\sqrt{10}$ $\left[\ -2;\ \frac{1}{2}\ \right]$

108. $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$ $[\ 6\ ]$

109. $\sqrt{3x+4}-\sqrt{x-3}=\sqrt{2x+1}$ $[\ 4\ ]$

110. $\sqrt{3(x+4)}-\sqrt{x+1}=\sqrt{4x+13}$ $[\ -1\ ]$

111. $2\sqrt{x-2}+\sqrt{4x+2}=\sqrt{8x-6}$ $[\ 2\ ]$

112. $\sqrt{x+1-3\sqrt{x-5}}=\sqrt{x}-1$ $[\ 9\ ]$

113. $\sqrt{x+7-2\sqrt{5-x}}=1+\sqrt{x}$ $[\ 1;\ 4\ ]$

114. $\sqrt{9x^2+4\sqrt{6x+2}}=3x+2$ $\left[\ -\frac{1}{3};\ \frac{1}{3}\ \right]$

115. $1+\sqrt{1+x\sqrt{x^2-24}}=x$ $[\ 7\ ]$

116. $\sqrt{x^2+4x+8}+\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{2(x^2+4x+6)}$ $[\ -2\ ]$

117. $\sqrt{x^2-3x+5}+x^2=3x+7$ $[\ -1;\ 4\ ]$

118. $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}}=x+1$ $[\ 0;\ 5\ ]$

119. $\dfrac{3+x}{3x}=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{x}\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{2}{x^2}}}$ $\left[\ \frac{3}{4}\ \right]$

120. $\sqrt{\dfrac{x-5}{x+2}}+\sqrt{\dfrac{x-4}{x+3}}=\dfrac{7}{x+2}\sqrt{\dfrac{x+2}{x+3}}$ [6]

121. $\dfrac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x-3}}+\sqrt{x+3}=\dfrac{7}{\sqrt{x-3}}$ [5]

122. $\dfrac{4}{x+\sqrt{x^2+x}}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x^2+x}}=\dfrac{3}{x}$ [-1; $\frac{9}{16}$]

123. $\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{x}{x+\sqrt{x}}}$ [$\frac{25}{16}$]

124. $\dfrac{2-x}{2-\sqrt{x}}=\sqrt{\dfrac{2-x}{2}}$ [0; $\frac{16}{9}$; 2]

125. $\dfrac{x\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}-\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1}=4$ [8]

126. $\dfrac{(5-x)\sqrt{5-x}+(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{5-x}+\sqrt{x-3}}=2$ [3; 5]

127. $\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}}+\sqrt{x+1-\sqrt{x+7}}=4$ [2]

Použitím vhodnej substitúcie riešte v R iracionálne rovnice:

128. $\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{2x+6}{x+2}}+4\cdot\sqrt{\dfrac{x+2}{2x+6}}=5$ [-11; -1]

129. $2\cdot\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+3}}+\dfrac{19}{3}+5\cdot\sqrt{\dfrac{x+3}{2x-1}}=0$ [$\emptyset$]

130. $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}-\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}=\dfrac{3}{2}$ [$\frac{5}{3}$]

Riešte v R rovnice s absolútnou hodnotou:

131. $2|x-3| = |x-2|$ $[\ \frac{8}{3};\ 4\ ]$

132. $|x-5| - |2x+11| = 6$ $[\ -10;\ -4\ ]$

133. $|5x+3| + |4-3x| = 9$ $[\ -1;\ 1\ ]$

134. $|2x-7| - |5-3x| = -8$ $[\ -10;\ 6\ ]$

135. $2|x+3| + |x-4| = -2$ $[\ \emptyset\ ]$

136. $|x| + |x-2| = 2$ $[\ \langle 0, 2\rangle\ ]$

137. $|7-2x| = |5-3x| + |x+2|$ $[\ \langle -2, \frac{5}{3}\rangle\ ]$

138. $3|x-1| - 2|x| + |x+1| = x$ $[\ \frac{4}{5};\ 2\ ]$

139. $|5-x| - |x-3| = 2|x+1|$ $[\ -2;\ 0\ ]$

140. $|x+1| + 3|x-1| = 2|x| + 3 - x$ $[\ -1;\ \frac{1}{3};\ \frac{5}{3}\ ]$

141. $|x+10| - 3|x-1| = 2|x-2|$ $[\ -\frac{1}{2};\ \frac{17}{4}\ ]$

142. $x^2 + 4|x| - 12 = 0$ $[\ -2;\ 2\ ]$

143. $x^2 - 6|x| - 91 = 0$ $[\ -13;\ 13\ ]$

144. $x^2 - 12|x| + 35 = 0$ $[\ -7;\ 7;\ -5;\ 5\ ]$

145. $(|x|-3)\,(x+1) = -3$ $[\ -4;\ 0;\ 2\ ]$

146. $|x^2 - 2x + 2| = 5$ $[\ -1;\ 3\ ]$

147. $|x^2 + 3x| - 4 = 0$ $[\ -4;\ 1\ ]$

148. V rovnici $3x^2 + 10x + c = 0$ je jeden koreň -4. Určte parameter c a druhý koreň.

[$c = -8,\ x_2 = \frac{2}{3}$]

149. V rovnici $21x^2 + bx - 12 = 0$ je jeden koreň $-\frac{3}{7}$. Určte parameter b a druhý koreň.

[$b = -19,\ x_2 = \frac{4}{3}$]

150. Bez určenia koreňov pôvodnej rovnice zostavte kvadratickú rovnicu, ktorej korene sú prevrátené čísla ku koreňom rovnice $x^2 - 6x + 8 = 0$.

[$8x^2 - 6x + 1 = 0$]

151. Bez určenia koreňov pôvodnej rovnice zostavte kvadratickú rovnicu, ktorá má korene o 3 väčšie ako sú korene rovnice $x^2 - 6x + 8 = 0$.

[$x^2 - 12x + 35 = 0$]

152. Bez určenia koreňov pôvodnej rovnice zostavte kvadratickú rovnicu, ktorej koreňmi sú štvorce koreňov rovnice $x^2+2x-15 = 0$.

[$x^2 - 34x + 225 = 0$]

153. Rovnica $x + \dfrac{1}{x} = m$ má jeden koreň a/b. Určte druhý koreň a parameter m (predpokladáme $a \neq 0$, $b \neq 0$).

[$x = \frac{b}{a},\ m = \frac{a^2+b^2}{ab}$]

154. Pre korene x_1, x_2 rovnice $x^2 + px - 10 = 0$ platí vlastnosť $2x_2 - x_1 = 12$. Určte parameter p a korene x_1, x_2.

[$p = -3, x_1 = -2, x_2 = 5; p = 9, x_1 = -10, x_2 = 1$]

155. Pre rovnicu $x^2 + (2p + 9)x + p^2 = 0$ určte parameter p a korene x_1, x_2, ak platí $x_2 = 4x_1$.

$$[\ p = -2, x_1 = -1, x_2 = -4; p = 18, x_1 = -9, x_2 = -36\ ]$$

156. V rovnici $4x^2 - 15x + 4b^3 = 0$ určte číslo b tak, aby jeden koreň bol druhou mocninou druhého koreňa.

$$[\ b = \tfrac{3}{2},\ b = -\tfrac{5}{2}\ ]$$

157. Určte, pre ktoré celé číslo p platí, že súčet druhých mocnín koreňov rovnice $x^2 + px + 24 = 0$ sa rovná 96.

$$[\ p = \pm 12\ ]$$

158. Pre korene x_1, x_2 rovnice $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ platí $x_1^2 + x_2^2 = 1.75$. Určte hodnotu parametra a.

$$[\ a = \pm 0.5\ ]$$

159. Vypočítajte hodnotu parametra k v rovnici $5x^2 - kx + 1 = 0$ tak, aby rozdiel koreňov rovnice bol rovný 1.

$$[\ k = \pm 3\sqrt{5}\ ]$$

160. V rovnici $2x^2 - (a + 1)x + a - 1 = 0$ vypočítajte hodnotu parametra a, ak pre jej korene x_1, x_2 platí $x_1 - x_2 = x_1 \cdot x_2$.

$$[\ a = 2\ ]$$

161. Korene kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ označme x_1, x_2 (predpokladáme, že $a \neq 0$). Vyjadrite pomocou parametrov a, b, c výrazy

a) $x_1^2 + x_2^2$ **b)** $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ **c)** $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$.

[**a)** $\frac{b^2 - 2ac}{a^2}$ **b)** $\frac{b^2 - 2ac}{ac}$, $c \neq 0$ **c)** $\frac{3abc - b^3}{a^2 c}$, $c \neq 0$]

162. Symbolmi r, s označme korene kvadratickej rovnice $x^2 + 4x - 8 = 0$. Bez vypočítania hodnôt r, s zostavte kvad-

ratickú rovnicu, ktorej korene R, S spĺňajú podmienky:
a) $R = \frac{1}{r}$, $S = \frac{1}{s}$
b) $R = r - 3$, $S = s - 3$
c) $R = r + s$, $S = r \cdot s$

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ 8x^2 - 4x - 1 = 0 \\ \textbf{b)}\ x^2 + 10x + 13 = 0 \\ \textbf{c)}\ x^2 + 12x + 32 = 0 \end{array}\right]$$

163. Rovnica $x^2 - x \cdot \cos\alpha + \cos 2\alpha = 0$ má korene x_1, x_2. Vyjadrite výraz $\dfrac{x_1 \cdot x_2}{x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2}$ pomocou funkcie uhla α.

$[\ \operatorname{cotg}^2\alpha - 1; \alpha \neq k\pi\ ]$

Riešte v R rovnice vzhľadom na parameter p:

164. $\dfrac{p^2(x-1)}{px-2} = 2$

p	0	2	inak
K	$\emptyset$	$R\backslash\{1\}$	$\{\frac{p+2}{p}\}$

165. $\dfrac{p}{x} - \dfrac{4}{px} = 1 - \dfrac{2}{p}$

p	0	-2	2	inak
K	–	$\emptyset$	$R\backslash\{0\}$	$\{p+2\}$

166. $\dfrac{x-1}{x} = \dfrac{2-p}{3p}$

p	0	$\frac{1}{2}$	inak
K	–	$\emptyset$	$\{\frac{3p}{4p-2}\}$

167. $\dfrac{3+p}{p} = \dfrac{3}{x-4}$

p	0	-3	inak
K	–	$\emptyset$	$\{\frac{7p+12}{p+3}\}$

168. $\dfrac{5x-2}{p-3} - \dfrac{2}{3}x = 4$

p	3	$\frac{21}{2}$	inak
K	$-$	$\emptyset$	$\{\frac{12p-30}{21-2p}\}$

169. $\dfrac{x-p}{x+1} = p$

p	-1	1	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{2p}{1-p}\}$

170. $\dfrac{5-2p}{p} = \dfrac{3}{2-x}$

p	0	$\frac{5}{2}$	inak
K	$-$	$\emptyset$	$\{\frac{7p-10}{2p-5}\}$

171. $\dfrac{4}{x-p} + 2 = \dfrac{p}{p-x}$

p	-4	inak
K	$\emptyset$	$\{\frac{p-4}{2}\}$

172. $\dfrac{2p}{x} - \dfrac{p-2}{3} = \dfrac{5}{x}$

p	2	$\frac{5}{2}$	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{6p-15}{p-2}\}$

173. $px - \dfrac{2}{p^2} = \dfrac{1}{p}(4x+1)$

p	0	-2	2	inak
K	$-$	R	$\emptyset$	$\{\dfrac{1}{p(p-2)}\}$

174. $1 + \dfrac{p^2-1}{x} = p$

p	-1	1	inak
K	$\emptyset$	$R\backslash\{0\}$	$\{p+1\}$

175. $\dfrac{p}{px+1} = \dfrac{6}{x+2}$

p	0	$\frac{1}{2}$	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\dfrac{2p-6}{5p}\}$

176. $p - \dfrac{1}{p} = \dfrac{p^2-1}{x}$

p	0	-1	1	inak
K	–	$R\backslash\{0\}$	$R\backslash\{0\}$	$\{p\}$

177. $\dfrac{5}{2x-p} = \dfrac{3}{4-px}$

p	$-\sqrt{8}$	$-\frac{6}{5}$	$\sqrt{8}$	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{20+3p}{6+5p}\}$

178. $\dfrac{2-p}{p} = \dfrac{2}{x-1} + 3p$

p	0	-1	$\frac{2}{3}$	inak
K	–	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{3p^2-p-2}{3p^2+p-2}\}$

179. $\dfrac{2}{5x-p} = \dfrac{4}{3-px}$

p	-10	$-\sqrt{15}$	$\sqrt{15}$	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{3+2p}{10+p}\}$

180. $\dfrac{p(x+2)-3(x-1)}{x+1} = 1$

p	-6	4	inak
K	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\frac{2+2p}{4-p}\}$

181. $\dfrac{2x+p^2}{p+3} + \dfrac{2x-p^2}{p-3} = \dfrac{(p^2+4)x}{p^2-9}$

p	-3	3	2	inak
K	–	–	$\emptyset$	$\{\frac{-6p^2}{(p-2)^2}\}$

182. Nájdite všetky reálne čísla a, pre ktoré má rovnica $4 - a = \dfrac{2}{x-1}$ kladné riešenie. $[\ (-\infty, 4) \cup (6, \infty)\ ]$

183. Nájdite všetky reálne čísla a, pre ktoré má rovnica $\dfrac{2-a}{a} = \dfrac{2}{x-1}$ kladné riešenie. $[\ (-2, 0) \cup (0, 2)\ ]$

V úlohách 184 – 186 určte parameter $m \in R$ tak, aby rovnica mala aspoň jeden reálny koreň:

184. $mx^2 + 2mx = 2x - 1 - m$ $[\ (-\infty, \frac{1}{3}\rangle\ ]$

185. $(m-1)x^2 - (m-2)x + 2m - 1 = 0$ $[\ \langle 0, \frac{8}{7}\rangle\ ]$

186. $4x^2 - 6mx + 2m^2 - 4m - 15 = 0$
$[\ (-\infty, -10\rangle \cup \langle -6, \infty)\ ]$

V úlohách 187 – 189 určte parameter $m \in R$ tak, aby rovnica mala dva reálne korene:

187. $(m-2)x^2 - (3m+6)x + 6m = 0$ $[\ \left(-\frac{2}{5}, 2\right) \cup (2, 6)\ ]$

188. $mx^2 + mx + x + m + 1 = 0$ $[\ (-1, 0) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right)\ ]$

189. $x^2 - mx + 2x - 5 + m = 0$ $[\ R\ ]$

V úlohách 190 – 192 určte parameter $m \in R$ tak, aby rovnica nemala reálne korene:

190. $mx^2 + (2m+1)x + m - 4 = 0$ $[\ \left(-\infty, -\frac{1}{20}\right)\ ]$

191. $(5m+1)x^2 + (7m+3)x + 3m = 0$
$[\ \left(-\infty, -\frac{3}{11}\right) \cup (3, \infty)\ ]$

192. $(m-2)x^2 + 2(m-2)x + 2 = 0$ $[\ \langle 2, 4)\ ]$

193. V rovnici $4x^2 - 2x + a = 0$ určte číslo a tak, aby väčší koreň rovnice bol z intervalu $\langle -1, 1\rangle$.

[$a \in \langle -2, \frac{1}{4})$]

194. Aké hodnoty môže nadobúdať číslo m, ak korene rovnice $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ sú z intervalu $\langle -3, 5\rangle$?

[$m \in \langle -2, 4\rangle$]

Riešte v R rovnice vzhľadom na parameter $p \in R$:

195. $(p^2 - 1)x^2 + 2px + 1 = 0$

p	-1	1	inak
K	$\{\frac{1}{2}\}$	$\{-\frac{1}{2}\}$	$\{-\frac{1}{p-1};\ -\frac{1}{p+1}\}$

196. $px^2 + 6p^2x + p = 0$

p	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, \infty)$	$\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right)$
K	R	$\{1\}$	{-1}	$\left\{-3p \pm \sqrt{9p^2 - 1}\right\}$	$\emptyset$

197. $px^2 + (2p + 3)x + p + \frac{3}{4} = 0$

p	0	-1	$(-1, 0) \cup (0, \infty)$	$(-\infty, -1)$
K	$\{-\frac{1}{4}\}$	$\{\frac{1}{2}\}$	$\left\{\frac{-2p-3\pm3\sqrt{p+1}}{2p}\right\}$	$\emptyset$

198. $px^2 + 2px + 4 = 0$

p	0	4	$(-\infty, 0) \cup (4, \infty)$	$(0, 4)$
K	$\emptyset$	$\{-1\}$	$\left\{-1 \pm \sqrt{\frac{p-4}{p}}\right\}$	$\emptyset$

199. $(5-p)x^2 - 2(1-p)x + 2(1-p) = 0$

p	5	1	9	$(1,5)\cup(5,9)$	$(-\infty,1)\cup(9,\infty)$
K	$\{1\}$	$\{0\}$	$\{2\}$	$\left\{\frac{1-p\pm\sqrt{-p^2+10p-9}}{5-p}\right\}$	$\emptyset$

200. $\dfrac{x^2+1}{p^2x-2p} + \dfrac{1}{px-2} = \dfrac{x}{p}$

p	0	1	-2	inak
K	–	$\{-1\}$	$\{\frac{1}{3}\}$	$\{-1; \frac{p+1}{p-1}\}$

201. $\dfrac{p-x^2}{(p-x)^2} - \dfrac{1}{p} = \dfrac{p-1}{p^3-px(2p-x)}$

p	0	-1	1	inak
K	–	$\{1\}$	$\{0\}$	$\{1; \frac{p-1}{p+1}\}$

Riešte v R^2 sústavy rovníc:

202. $$\frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y - x$$ $$\frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5}$$ $[\,[11,6]\,]$

203. $$\frac{2x-y+3}{3} - \frac{x-2y+3}{4} = 4$$ $$\frac{3x-4y+3}{4} + \frac{4x-2y-9}{3} = 4$$ $[\,[7,5]\,]$

204. $$(x-1)(y+4) = (x+3)(y-1)$$ $$(x-2)(y+2) = (y-2)x$$ $[\,[\frac{7}{3},\frac{8}{3}]\,]$

205. $(x+3)(y+5)=(x+1)(y+8)$ $[\ [3,1]\ ]$
$(2x-3)(5y+7)=2(5x-6)(y+1)$

206. $(3x-4):(3y+4)=1:2$ $[\ [5,6]\ ]$
$(2x-y):(2x+y)=1:4$

207. $(x-1):(x+15)=(y-6):(y+2)$ $[\ [9,10]\ ]$
$(x-3):x=(y-4):(y-1)$

Vhodnou substitúciou riešte v R^2 sústavy rovníc:

208. $5(x-3)-3(y+2)=23$ $[\ [7,-3]\ ]$
$3(x-3)+5(y+2)=7$

209. $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=12$ $[\ [\frac{1}{2},\frac{1}{3}]\ ]$
$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=13$

210. $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}=1.5$ $[\ [\frac{3}{2},-\frac{1}{2}]\ ]$
$\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}=0.5$

Riešte v R^2 sústavy rovníc:

211. $x+y=\frac{3}{8}xy$ $[\ [0,0];\ [8,4]\ ]$
$x-y=\frac{1}{8}xy$

212. $x+y=29$ $[\ [15,14];\ [14,15]\ ]$
$xy=210$

213. $x + xy = 60$ $\quad [\ [10, 5];\ [-6, -11]\ ]$

$y + xy = 55$

214. $x^2 + xy - 6y^2 = 0$ $\quad [\ [3, \frac{3}{2}];\ [\frac{18}{11}, -\frac{6}{11}]\ ]$

$3x - 2y = 6$

215. $x^3 - y^3 = 28$ $\quad [\ [1, -3];\ [3, -1]\ ]$

$x - y = 4$

216. $x^2 + y^2 + 3x + y - 40 = 0$ $\quad [\ [4, 3];\ [5, 0]\ ]$

$x^2 + y^2 - 25 = 0$

217. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 5$ $\quad [\ [\frac{1}{3}, \frac{1}{2}];\ [\frac{1}{2}, \frac{1}{3}]\ ]$

$\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = 13$

218. $y^2 - xy = -12$ $\quad [\ [-7, -3];\ [7, 3]\ ]$

$x^2 - xy = 28$

219. $x^2 - y^2 = 60$ $\quad [\ [16, 14];\ [-16, -14]\ ]$

$xy = 224$

220. $xy = 210$ $\quad [\ [-14, -15];\ [14, 15];\ [-15, -14];\ [15, 14]\ ]$

$x^2 + y^2 = 421$

221. $x + y = 11 - xy$ $\quad [\ [1, 5];\ [5, 1];\ [2, 3];\ [3, 2]\ ]$

$x^2y + xy^2 = 30$

222. $x^2y + xy^2 = 6$ $\quad [\ [1, 2];\ [2, 1]\ ]$

$xy + x + y = 5$

223. $x^3 + y^3 = 65$ $\quad$ [[1, 4]; [4, 1]]

$x^2y + xy^2 = 20$

Riešte v R^3 sústavy rovníc:

224. $x + y - z = 11$ $\quad$ [[6, 8, 3]]

$x - y + z = 1$

$y + z - x = 5$

225. $7x + 6y + 7z = 100$ $\quad$ [[3, 5, 7]]

$x - 2y + z = 0$

$3x + y - 2z = 0$

226. $\dfrac{2x+6}{3x-5y} = \dfrac{3}{2}$ $\quad$ [$[\frac{36}{5}, \frac{8}{5}, \frac{24}{5}]$]

$\dfrac{x}{x+3y} = \dfrac{3}{5}$

$\dfrac{x+z}{y+3z} = \dfrac{3}{4}$

Vhodnou substitúciou riešte v R^3 sústavy rovníc:

227. $\dfrac{4}{x} - \dfrac{3}{y} = 1$ $\quad$ [[2, 3, 1]]

$\dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{z} = 4$

$\dfrac{3}{y} - \dfrac{1}{z} = 0$

228. $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} - \dfrac{4}{z} = -5$ $\quad$ [$[\frac{1}{7}, \frac{1}{8}, 1]$]

$\dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{y} - \dfrac{12}{z} = 18$

$\dfrac{1}{z} - \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{y} = -4$

229. $$\frac{6}{x+y}+\frac{5}{y+3z}=2$$ $$\frac{15}{x+y}-\frac{4}{x-2z}=\frac{1}{2}$$ $$\frac{10}{y+3z}-\frac{7}{x-2z}=-\frac{3}{2}$$ [$[4,2,1]$]

Riešte slovné úlohy:

230. Trojuholník má obvod 35 cm. Prvá strana je štyrikrát väčšia než druhá strana a zároveň o 1 cm väčšia než tretia strana. Určte veľkosti strán trojuholníka.

[16 cm, 4 cm, 15 cm]

231. Pri vyplácaní mimoriadnej odmeny na konci roka dostal vedúci tretinu, zástupca pätinu a štyri predavačky po jednej desatine z celkovej sumy určenej na odmeny. Ak by predavačky dostali namiesto desatiny iba dvanástinu z celkovej sumy, nerozdelená časť odmien by bola o 1600 Sk vyššia ako pri pôvodnom rozdelení. Aká suma peňazí bola vymedzená na odmeny?

[24 000 Sk]

232. Keď pätnásťkorunové balíčky cukríkov zlacneli o 3 Sk, predalo sa ich za týždeň trojnásobné množstvo a tržba stúpla o 10 920 Sk. Koľko balíčkov sa predalo pred zlacnením a koľko po zlacnení? Aká bola tržba za balíčky pred zlacnením a po ňom?

[520 ks, 7 800 Sk pred; 1 560 ks, 18 720 Sk po]

233. Zamestnanec zarobí za bežnú pracovnú hodinu o 12 Sk viac ako brigádnik. Za nadčasovú prácu majú obidvaja hodinovú mzdu o jednu tretinu vyššiu ako je bežná mzda. Zamestnanec zarobí za 40 hodín bežnej práce a 15 nadčasových hodín 4 320 Sk. Určte bežnú hodinovú mzdu zamestnanca i brigádnika.

[zamestnanec 72 Sk, brigádnik 60 Sk]

234. V n-uholníku je o 13 uhlopriečok viac ako v $(n-2)$–uholníku. Zistite, pre aké n je táto podmienka splnená?

[9]

235. Dva mnohouholníky majú spolu 24 strán a 109 uhlopriečok. Koľko vrcholov má každý z nich?

[11, 13]

236. Súčet štvorcov troch za sebou nasledujúcich nepárnych čísel je 155. Určte trojice čísel, ktoré vyhovujú danej vlastnosti.

[$(-9, -7, -5)$ a $(5, 7, 9)$]

237. Vek manželov možno určiť dvojcifernými číslami takto: „xy“ a „yx“. Ak od veku manžela odpočítame vek manželky, dostaneme práve pätinu veku manželky. Koľko rokov má manžel a koľko manželka?

[54, 45]

238. Súčet číslic trojmiestneho čísla je 11, súčet štvorcov týchto číslic je 45. Ak od hľadaného čísla odčítame 198, dostaneme číslo, v ktorom sú tieto číslice v obrátenom poradí. Aké je to číslo?

[452]

239. Súčet dvoch trojciferných čísel pozostávajúcich z rovnakých cifier v obrátenom poradí je 1 252. Zostavte rovnice a určte obidve čísla, ak súčet cifier každého z čísel je 14 a súčet druhých mocnín cifier je rovný 84.

[824 a 428]

240. Záhradkár kúpil rovnaké sadenice za celkovú sumu 720 Sk. Keby každá sadenica bola o 2 Sk lacnejšia, bol by záhradkár dostal za tie isté peniaze o 5 ks viac. Koľko sadeníc kúpil?

[40 sadeníc]

241. Otec je o 8 rokov starší ako je trojnásobok synovho veku. O 20 rokov bude otec dvakrát taký starý, ako jeho syn. Koľko rokov má otec a koľko rokov syn?

[otec 44 rokov, syn 12 rokov]

242. Ak zväčšíme jednu stranu štvorca o 4 jednotky a ak zmenšíme súčasne druhú stranu o 2 jednotky, vznikne obdĺžnik, ktorého obsah je o 12% väčší než obsah daného štvorca. Určte veľkosť strany štvorca.

[10j. alebo $\frac{20}{3}$j.]

243. Výrobné náklady potravinárskeho výrobku boli realizáciou nového postupu znížené, a tak bola znížená aj maloobchodná cena výrobku o 20 %. Pretože nové obaly predlžujúce záručnú lehotu sú z drahšieho materiálu, bola cena výrobku zvýšená o 6 % tejto novej ceny. Teraz sa výrobok predáva po 21.20 Sk. Aká bola pôvodná cena výrobku?

[25 Sk]

244. V podniku pracovalo 1 440 zamestnancov. Za mimoriadne výkony dostalo prémie 18.75 % zo všetkých mužov a 22.5 % zo všetkých žien zamestnaných v podniku. Prémiami bolo odmenených 20 % všetkých zamestnancov. Koľko mužov a koľko žien bolo zamestnaných v podniku?

[960 mužov, 480 žien]

245. Sumu 440 Sk rozdeľte na tri časti tak, aby sa 40 % prvej časti rovnalo 50 % druhej časti a súčet druhej a tretej časti sa rovnal prvej časti.

[220, 176, 44]

246. Dĺžka pozemku tvaru obdĺžnika je o 8 m menšia než trojnásobok šírky. Ak zväčšíme šírku o 5% dĺžky a dĺžku zmenšíme o 14% šírky, zväčší sa obvod pozemku o 30 m. Aké sú rozmery pozemku?

[4 612 m, 1 540 m]

247. Dva vklady, z ktorých jeden je uložený na 2% a druhý na 3% ročný úrok, vyniesli za rok 66 Sk na úrokoch. Keby sa vymenili ich úrokové miery, vyniesli by vklady ročne o 7 Sk menej. Aké veľké sú tieto vklady?

[900 Sk pri 2%, 1 600 Sk pri 3%]

248. Obvod obdĺžnika je 10 krát väčší než rozdiel oboch rozmerov. Obsah obdĺžnika je o 144 cm^2 väčší než rozdiel štvorcov oboch rozmerov. Určte rozmery obdĺžnika.

[24 cm, 36 cm]

249. Pomer dĺžky a šírky obdĺžnika je 5 : 3. Ak dĺžku zmenšíme o 5 cm a šírku zdvojnásobíme, zväčší sa pôvodný obsah o 45 cm^2. Určte rozmery obdĺžnika.

[9 cm, 15 cm]

250. Turista minul na stravu každý deň polovicu sumy, ktorú mal ráno a k tomu ešte 40 Sk. Za tri dni takto minul všetky svoje peniaze. Koľko korún mal turista pôvodne?

[560 Sk]

251. Do predajne dodali broskyne 1. triedy za celkovú sumu 2 280 Sk a broskyne 2. triedy za celkovú sumu 1 800 Sk. Broskýň druhej triedy bolo o 5 kg viac ako broskýň prvej triedy. Ak by sa broskyne premiešali a predávali za jednotnú cenu o 9 Sk nižšiu ako pôvodne plánovaná cena za broskyne prvej triedy, dosiahla by sa rovnaká tržba ako pôvodne plánovaná. Aké množstvá broskýň boli dovezené do predajne?

[40 kg prvej triedy, 45 kg druhej triedy]

252. Dve predavačky na trhu mali spolu 100 kg jabĺk. Nepredávali ich za rovnakú cenu a pritom získali z predaja rovnakú sumu peňazí. Keby bola prvá predala toľko, koľko predala druhá, bola by dostala 2 700 Sk. Keby bola druhá predala toľko, koľko predala prvá, bola by dostala 1 200 Sk. Koľko kg jabĺk mala každá z nich?

[prvá 40 kg, druhá 60 kg]

253. Do skladu predajne sa priviezla dodávka tovaru 1. a 2. triedy v celkovej predajnej hodnote 450 tisíc Sk so stanovenými cenami za každú z tried. Podľa expertízy bolo zistené, že tovar je možné predávať iba ako tovar 2. triedy. Firma by tak stratila 50 tisíc Sk v porovnaní s pôvodným plánom. Pracovníci skladu dokázali odstrániť nedostatky na tovare oboch skupín do takej miery, že nakoniec všetok tovar bol označený ako tovar 1. triedy. Tak by firma pri predaji celej dodávky ako tovaru 1. triedy získala navyše 30 tisíc Sk v porovnaní s pôvodným plánom. Aká bola pôvodná hodnota tovaru 1. a 2. triedy podľa pôvodne stanovených cien?

[1. trieda 300 tisíc Sk, 2. trieda 150 tisíc Sk]

254. V koncertnej sále bolo 320 kresiel. V každom rade bol rovnaký počet kresiel. Usporiadatelia pridali do každého radu po štyroch kreslách a pridali celý nový rad. Tým sa zvýšil počet kresiel o 100. Koľko radov bolo v sále po úpravách, ak počet kresiel v rade je menší ako počet radov?

[21 radov]

255. Na schodišti vysokom 3.6 m by sa zväčšil počet schodov o tri, keby sa výška schodu zmenšila o 4 cm. Koľko schodov má schodište?

[15 schodov]

256. Jeden zamestnanec skompletizuje za hodinu 15 prístrojov, druhý 12 a tretí 10. Koľko hodín pracoval každý z nich, keď odpracovali spolu 15 hodín a každý skompletizoval rovnaký počet prístrojov?

[4, 5, 6 hodín]

257. Stanovenú prácu urobí 32 zamestnancov za 35 dní. Za koľko dní bude práca hotová, ak na nej bude 20 dní pracovať 48 a potom už len 32 zamestnancov?

[25 dní]

258. Jeden lesný robotník vyčistí rúbanisko za 12 hodín, druhý potrebuje na túto prácu len 8 hodín. Druhý robotník začal čistiť rúbanisko až vtedy, keď už prvý robotník dve hodiny pracoval. Za koľko hodín dokončia túto prácu spoločne obaja robotníci?

[4 hod]

259. Jeden zo závodov môže splniť určitú dodávku o 4 dni skôr ako druhý. Pri spoločnej práci by obidva závody splnili za 35 dní 6 krát väčšiu objednávku. Za aký čas by splnil celú objednávku každý závod sám?

[jeden závod za 10 dní, druhý za 14 dní]

260. Niekoľkými rovnakými žeriavmi sa vykladalo 96 vagónov tovaru. Keby takých žeriavov bolo o dva viac, pripadlo by na vykladanie pre každý žeriav o osem vagónov menej. Koľko bolo žeriavov? (Predpokladáme, že žeriavy vykladajú tovar rovnako rýchlo.)

[4 žeriavy]

261. Bazén má dve prítokové rúry. Jednou rúrou sa bazén naplní za 48 hodín, druhou za 56 hodín. Treťou rúrou voda z bazéna vyteká. Ak sú prítokové rúry uzavreté, vyprázdni sa naplnený bazén touto rúrou za 42 hodín. Keď boli všetky tri rúry otvorené, natieklo do bazéna za 63 hodín 900 m^3 vody. Aký objem má bazén? (Predpokladáme, že rýchlosť pritekania alebo vytekania vody jednotlivými rúrami sa s časom nemení.)

[960 m^3]

Riešte v R logaritmické rovnice:

262. $\log_2(x^2 + 4x + 3) = 3$ [$-5;\ 1$]

263. $\log_5(2x - \frac{9}{4}) - \log_5(x - 3) = \log_5 x$ [$\frac{9}{2}$]

264. $3\log 2 - \log(x-1) = \log(x+1) - \log(x-2)$ [3; 5]

265. $\log 5 + \log(x+10) = 1 - \log(2x-1) + \log(21x-20)$

[$\frac{3}{2}$; 10]

266. $\dfrac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ [2; 3]

267. $\log_4(x+3) - \log_4(x-1) = 2 - \log_4 8$ [5]

268. $\log_3 \log_8 \log_2 (x+9) = \log_3 2 - 1$ [7]

269. $2\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 9$ [8]

270. $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$ [16]

271. $\log_8 (2\log_3 (1 + \log_2(1 + 3\log_2 x))) = \dfrac{1}{3}$ [2]

272. $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ [64]

273. $\log_5 \sqrt{3x-2} + \log_5 \sqrt{4x-7} = \log_5 13$ [5]

274. $\log \sqrt{3x-5} + \log \sqrt{7x-3} = 1 + \log \sqrt{0.11}$ [2]

275. $\dfrac{\log 8 - \log(x-5)}{\log \sqrt{x+7} - \log 2} = -1$ [29]

276. $\dfrac{2 - \log 4 + \log 0.12}{\log(\sqrt{3x+1} + 4) - \log(2x)} = 1$ [1]

277. $\log^2 x - \log x^4 + 3 = 0$ [10; 1000]

278. $\log_2 x + \sqrt{\log_2 x} = 6$ [16]

279. $\sqrt{\log_3 x^9} - 4\log_9 \sqrt{3x} = 1$ [3; 81]

280. $\log x - 2\log^{-1} x = 1$ $\left[\ \frac{1}{10};\ 100\ \right]$

281. $\dfrac{1}{5-\log_2 x} + \dfrac{2}{1+\log_2 x} = 1$ $[\ 4;\ 8\ ]$

282. $\log_2 x - \dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{3}{2} = 0$ $\left[\ \frac{1}{4};\ \sqrt{2}\ \right]$

283. $(\log_2 x - 3)\log_2 x + 2(\log_2 x + 1)\log_2 \sqrt[3]{2} = 0$ $[\ \sqrt[3]{2};\ 4\ ]$

284. $\log^2(100x) + \log^2(10x) = 14 + \log \dfrac{1}{x}$ $[\ 10^{-\frac{9}{2}};\ 10\ ]$

285. $\log(\log x) + \log(\log x^3 - 2) = 0$ $[\ 10\ ]$

286. $\left(\dfrac{\log_2 4x}{\log_2 0.5}\right)^2 + \log_2\left(\frac{x^2}{8}\right) = 8$ $[\ 2^{-7};\ 2\ ]$

287. $\sqrt{\log_{0.04} x + 1} + \sqrt{\log_{0.2} x + 3} = 1$ $[\ 25\ ]$

288. $x^{2\log x} = 100x^3$ $\left[\ \frac{1}{\sqrt{10}};\ 100\ \right]$

289. $27 \cdot x^{\log_{27} x} = x^{\frac{10}{3}}$ $[\ 3;\ 27^3\ ]$

290. $x^{\log^3 x - 5\log x} = 10^{-4}$ $[\ 10^{-2};\ 10^{-1};\ 10;\ 100\ ]$

291. $x^{3+4\log x} = 10x^6$ $[\ 10^{-\frac{1}{4}};\ 10\ ]$

292. $x^{\sqrt{x}} = x^{\frac{x}{2}}$ $[\ 1;\ 4\ ]$

293. $\log x^{2\log\sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$ $\left[\ \frac{1}{10};\ 1000\ \right]$

294. $x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 11$ $\left[\ \frac{1}{10};\ 1;\ 10\ \right]$

295. $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ $[\ 0;\ 3\ ]$

296. $\log_2(4 \cdot 3^x - 6) - \log_2(9^x - 6) = 1$ [1]

297. $3 \log_5 2 + 2 - x = \log_5 \left(3^x - 5^{2-x}\right)$ [2]

298. $\log_6 (3^{x^2} + 1) - \log_6 (3^{2-x^2} + 9) = \log_6 2 - 1$ [± 1]

299. $\log_2 (4^{x+1} + 4) \cdot \log_2 (4^x + 1) = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (1/\sqrt{8})$ [0]

300. $3^{\log_3 \log \sqrt{x}} - \log x + \log^2 x - 3 = 0$ [100]

301. $\log_3 [1 + \log_3(2^x - 7)] = 1$ [4]

302. $3 \cdot 4^{\log x} - 25 \cdot 2^{\log x} + 8 = 0$ [$10^{-\log_2 3}$; 1000]

303. $\log_7 x + \log_x 7 = 2.5$ [$\sqrt{7}$; 49]

304. $2 \log_x 27 - 3 \log_{27} x = 1$ [$\frac{1}{27}$; 9]

305. $\log (\sqrt{6 + x} + 6) = \dfrac{2}{\log_{\sqrt{x}} 10}$ [10]

306. $1 + 2 \log_x 2 \cdot \log_4 (10 - x) = \dfrac{2}{\log_4 x}$ [2; 8]

307. $\log_x (9x^2) \cdot \log_3^2 x = 4$ [$\frac{1}{9}$; 3]

308. $\log_x \sqrt{2} - \log_x^2 \sqrt{2} = \log_3 27 - \log_x (2x)$ [$\sqrt[4]{2}$; $\sqrt{2}$]

309. $\log_{4x} 2 \cdot \log_{\frac{x}{4}} 2 = \log_{\frac{x}{16}} 2$ [1; 2]

310. $5 \log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8 \log_{9x^2} x^2 = 2$ [$\sqrt{3}$; 3]

311. $2^{\log_3 x^2} \cdot 5^{\log_3 x} = 400$ [9]

312. $\log \left(3^{2 \log x}\right) - \log \left(3^{3 \cdot \sqrt{\log x}}\right) = 0.5 + \log \sqrt{8.1}$ [10^4]

313. $x^{2\log^3 x-\frac{3}{2}\log x}=\sqrt{10}$ $[\ \frac{1}{10};\ 10\ ]$

Riešte v R exponenciálne rovnice:

314. $\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{2x+1}{x-1}}=\left(\frac{125}{512}\right)^{3-x}$ $[\ \frac{2}{3};\ 4\ ]$

315. $4\cdot\sqrt{2^{5-7x}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4^{3-5x}}$ $[\ 12\ ]$

316. $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt[4]{3^{3x-7}}$ $[\ 3\ ]$

317. $\left(\frac{9}{25}\right)^{2x}\cdot\left(\frac{125}{27}\right)^{x-1}=\frac{\log 8}{\log 32}$ $[\ -2\ ]$

318. $\left(\frac{4}{9}\right)^{x}\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{\log 4}{\log 8}$ $[\ 2\ ]$

319. $\frac{3\cdot 8^{4-x}\cdot 6^{x-7}}{2^{-x}\cdot 9^{x-2}}=\frac{1}{3^{x+2}}$ $[\ 5\ ]$

320. $\frac{2^{x+3}\cdot 3^{x+2}}{6^{7-x}\cdot 8^{x-1}}=\frac{9^{x-2}}{3}$ $[\ -1\ ]$

321. $4^{x-1}+2\cdot 4^{x+1}=4\cdot 2^{x-2}+64\cdot 2^{x-1}$ $[\ 2\ ]$

322. $5\cdot 2^{x+2}-6\cdot 3^{x+2}=3^{x+3}+2\cdot 2^{x+1}$ $[\ -4\ ]$

323. $3\cdot 4^{-x}+\frac{1}{3}\cdot 9^{2-x}=6\cdot 4^{1-x}-\frac{1}{2}\cdot 9^{1-x}$ $[\ \frac{1}{2}\ ]$

324. $9^{x}-2^{x+0.5}=2^{x+3.5}-3^{2x-1}$ $[\ \frac{3}{2}\ ]$

325. $2^{4x+2}-3^{2x+2}=3^{2x-1}+2^{4x-4}$ $[\ \frac{3}{2}\ ]$

326. $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$ $[\,-1\,]$

327. $\sqrt{5^{3x}+19} - \sqrt{5^{3x}-4} = 1$ $[\,1\,]$

328. $5^{x-1} = 10^x \cdot 2^{-x} \cdot 5^{x+1}$ $[\,-2\,]$

329. $7^x \cdot (\sqrt{2})^{2x^2-6} - \left(\dfrac{7}{4}\right)^x = 0$ $[\,-3;\ 1\,]$

330. $\dfrac{2^x+10}{4} = \dfrac{9}{2^{x-2}}$ $[\,3\,]$

331. $8^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{3x+3}{x}} + 12 = 0$ $[\,3\log_6 2;\ 3\,]$

332. $10^{\frac{2}{x}} + 25^{\frac{1}{x}} = \frac{17}{4} \cdot 50^{\frac{1}{x}}$ $[\,\pm\frac{1}{2}\,]$

333. $9^x - 25 \cdot 3^x - 54 = 0$ $[\,3\,]$

334. $16^{x+1} - 3^3 \cdot 4^x = 10$ $[\,\frac{1}{2}\,]$

335. $2^x \cdot 2^{3(x-1)} + 2^{1-x} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$ $[\,\frac{1}{2}\,]$

336. $27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$ $[\,0;\ 1;\ 2\,]$

337. $\left(1 + \dfrac{1}{2x}\right)\log 3 + \log 2 = \log\left(27 - 3^{\frac{1}{x}}\right)$ $[\,\frac{1}{2}\,]$

338. $2 \cdot 81^x - 5 \cdot 36^x + 3 \cdot 16^x = 0$ $[\,0;\ \frac{1}{2}\,]$

339. $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$ $[\,-1;\ 1\,]$

340. $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$ $[\,1;\ 2\,]$

341. $0.5 \cdot 2^{2x^2-10x+13} + 4 = 10 \cdot 2^{x^2-5x+5}$ $[\,1;\ 2;\ 3;\ 4\,]$

342. $5 \cdot 5^{2x^2+10x+11} - 5.2 \cdot 5^{x^2+5x+7} + 25 = 0$

$[\ -4;\ -3;\ -2;\ -1\ ]$

343. $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$ $[\ \frac{1}{9};\ 9\ ]$

344. $4^{1+\log x} - 2 \cdot 3^{2+\log x^2} = 6^{\log x}$ $[\ \frac{1}{100}\ ]$

345. $4^{\log_9 x^2} + \log_{\sqrt{3}} 3 = 0.2\left(4^{2+\log_9 x} - 4^{\log_9 x}\right)$ $[\ 1;\ 3\ ]$

346. $\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\,\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\,\right)^x = 8$ $[\ -2;\ 2\ ]$

347. $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\,\right)^x - 10 = -\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\,\right)^x$ $[\ -2;\ 2\ ]$

348. $3^{2\sqrt{x^2-3}+1} - 3^{\sqrt{x^2-3}+1} + 6\sqrt{x} - 18 = \sqrt{x}\left(9^{\sqrt{x^2-3}} - 3^{\sqrt{x^2-3}}\right)$

$[\ 2;\ 9\ ]$

Riešte v R^2 sústavy rovníc:

349. $2^y \cdot 5^{-x} = 200$ $[\ [-2, 3]\ ]$

$x + y = 1$

350. $\log_2 x + \log_2 y = 1$ $[\ [1, 2];\ [2, 1]\ ]$

$x + y = 3$

351. $3^x \cdot 2^y = 576$ $[\ [2, 6]\ ]$

$\log_2(y - x) = 2$

352. $2^{\frac{x-y}{2}} : 2^{\frac{x-y}{4}} = 4$ $[\ [17, 9]\ ]$

$10^{\log(2y-x)} = 1$

353. $3^{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} = 81$ $[\ [25, 36]\ ]$

$\log\sqrt{xy} = 1 + \log 3$

354. $10^{1+\log(x+y)} = 50$ $[\ [\frac{9}{2}, \frac{1}{2}]\ ]$

$\log(x-y) + \log(x+y) = 2 - \log 5$

355. $8 \cdot (\sqrt{2})^{x-y} = (0.5)^{y-3}$ $[\ [3, -3]\ ]$

$\log_3(x-2y) + \log_3(3x+2y) = 3$

356. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$ $[\ [3, 5]\ ]$

$\log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 5$

357. $8^{\log_9(x-4y)} = 1$ $[\ [5, 1]\ ]$

$4^{x-2y} - 7 \cdot 2^{x-2y} = 8$

358. $2^{\frac{x-y}{2}} + 2^{\frac{y-x}{2}} = \dfrac{5}{2}$ $[\ [4, 2]\ ]$

$\log(2x-y) + 1 = \log(y+2x) + \log 6$

359. $y = 1 + \log_4 x$ $[\ [\frac{1}{64}, -2];\ [16, 3]\ ]$

$x^y = 4^6$

360. $\log_5 x + 3^{\log_3 y} = 7$ $[\ [125, 4];\ [625, 3]\ ]$

$x^y = 5^{12}$

361. $x^{\log y} = 2$ $[\ [2, 10];\ [10, 2]\ ]$

$x \cdot y = 20$

362. $x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27$ $[\ [\frac{1}{9}, \frac{1}{3}];\ [3, 9]\ ]$

$\log_3 y - \log_3 x = 1$

363. $\log_y x + \log_x y = 2$ $[\ [5, 5]\ ]$

$x^2 - y = 20$

Riešte v R nerovnice:

364. $x - 2 + \dfrac{1}{x-2} \geq -2$ $[\ \{1\} \cup (2, \infty)\ ]$

365. $\dfrac{2}{x} \geq \dfrac{1}{x^2} + 1$ $[\ 1\ ]$

366. $\dfrac{x}{4} - \dfrac{1}{x} < \dfrac{x}{2} + 1$ $[\ (0, \infty)\ ]$

367. $\dfrac{4x-7}{2-x} \leq 3$ $[\ (-\infty, \frac{13}{7}\rangle \cup (2, \infty)\ ]$

368. $\dfrac{1+3x}{x-2} > 2$ $[\ (-\infty, -5) \cup (2, \infty)\ ]$

369. $\dfrac{x^2+x-6}{x+3} \leq 5$ $[\ (-\infty, -3) \cup (-3, 7\rangle\ ]$

370. $\dfrac{x^2-4x-5}{x-5} > 3$ $[\ (2, 5) \cup (5, \infty)\ ]$

371. $\dfrac{x^4-16}{x^3+2x^2+4x+8} \geq -6$ $[\ \langle -4, -2) \cup (-2, \infty)\ ]$

372. $\dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-3x+2} \leq 5$ $[\ (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 4\rangle\ ]$

373. $\dfrac{x-3}{x+5} < x$ $[\ (-5, -3) \cup (-1, \infty)\ ]$

374. $\dfrac{x^2+3x-10}{x-1} < 10$ $[\ (-\infty, 0) \cup (1, 7)\ ]$

375. $\dfrac{3}{x-1} < \dfrac{5}{x+1}$ $[\ (-1, 1) \cup (4, \infty)\ ]$

376. $x + \dfrac{x+3}{x-5} \geq 0$ $\quad [\ \langle 1,3\rangle \cup (5,\infty)\ ]$

377. $\dfrac{x}{x-2} - \dfrac{3}{x+1} \leq 1$ $\quad [\ (-1,2) \cup \langle 8,\infty)\ ]$

378. $\dfrac{1}{2-x} + \dfrac{5}{2+x} < 1$ $\quad [\ (-\infty,-2) \cup (2,\infty)\ ]$

379. $\dfrac{4-x}{x-5} > \dfrac{1}{1-x}$ $\quad [\ (1,3) \cup (3,5)\ ]$

380. $\dfrac{(x^2+2x+1)(x-5)}{x^2+5x+6} \geq 0$ $\quad [\ (-3,-2) \cup \{-1\} \cup \langle 5,\infty)\ ]$

381. $\dfrac{(x^2+10x+25)(x-6)}{3x(4-7x-2x^2)} < 0$

$[\ (-\infty,-5) \cup (-5,-4) \cup (0,\tfrac{1}{2}) \cup (6,\infty)\ ]$

382. $\left(\dfrac{3}{x-2} + 3x\right)\left(1 - \dfrac{1}{x^2-2x+1}\right) \leq 9$

$[\ (-\infty,1) \cup (1,2) \cup (2,3\rangle\ ]$

383. $\left(\dfrac{1+x}{1-x} - \dfrac{1-x}{1+x}\right)\left(\dfrac{3+x^2}{4} - x^2\right) < 6$

$[\ (-\infty,-1) \cup (-1,1) \cup (1,2)\ ]$

384. $\dfrac{1}{3x-2-x^2} - \dfrac{3}{7x-4-3x^2} > 0$ $\quad [\ (-\infty,1) \cup (\tfrac{4}{3},2)\ ]$

385. Určte, pre ktoré celé nezáporné čísla platí nerovnica

$$\frac{x+4}{5-x} \geq \frac{3-x}{x+3} \qquad [\ 1, 2, 3, 4\ ]$$

386. Určte, pre ktoré celé nezáporné čísla platí nerovnica

$$\frac{3x-1}{x+5} - \frac{2x}{x-3} < 1 \qquad [\ 0, 4, 5, 6...\ ]$$

387. Určte, pre ktoré celé nezáporné čísla platí nerovnica

$$\frac{5x+1}{x-1} > 2x+2 \qquad [\ 2\ ]$$

388. Určte, pre ktoré $x \in Z$ platí sústava nerovníc

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{x-1}{3} < 2x + \frac{x}{5}$$

$$\frac{5x}{4} - \frac{2x-2}{3} > \frac{2x+1}{2} - x \qquad [\ 2, 3, 4, ...\ ]$$

389. Určte, pre ktoré $x \in Z$ platí sústava nerovníc

$$\frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x}{2} < 2 - \frac{x+5}{2}$$

$$1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} < 3x - \frac{x+1}{4} \qquad [\ 1\ ]$$

390. Riešte v R sústavu nerovníc

$$-1 < \frac{x+2}{3-2x} < 3 \qquad [\ (-\infty, 1) \cup (5, \infty)\ ]$$

391. Riešte v R sústavu nerovníc

$$1 < \frac{4x-1}{5-x} < 4 \qquad [\ (\tfrac{6}{5}, \tfrac{21}{8})\ ]$$

392. Určte, pre ktoré $x \in Z$ platí sústava nerovníc

$$\frac{3x-4}{2} + x < \frac{5x-1}{3} < 3 - 2x \qquad [\ ... - 2, -1, 0\ ]$$

393. Určte, pre ktoré celé nekladné čísla platí sústava nerovníc

$$2x + 1 < x + 2 < -x + 3$$

$$3x - 1 \geq 2x - 1 > x - 5$$

[0]

394. Ktoré prirodzené čísla vyhovujú sústave nerovníc

$$3x + 3 > 2x - 6 > -x + 7$$

$$x - 3 < 3x + 10 \leq 4x + 5$$

[5, 6, 7...]

395. Čitateľ zlomku je o 3 menší než menovateľ. Ak k čitateľu aj menovateľu pripočítame 2, bude zlomok väčší než $\frac{1}{2}$. Ak odčítame od oboch 1, bude zlomok menší než $\frac{1}{3}$. Určte tento zlomok, ak čitateľ je celé číslo.

[$\frac{2}{5}$]

Riešte v R nerovnice s absolútnou hodnotou:

396. $$\left| \frac{x^2 + 4x - 77}{x - 7} \right| \leq 2 \qquad [\ \langle -13, -9 \rangle\ ]$$

397. $$\left| \frac{125 - 75x + 15x^2 - x^3}{5(5 - 2x) + x^2} \right| < 4 \qquad [\ (1, 5) \cup (5, 9)\ ]$$

398. $\left| \dfrac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1} \right| \le 3$ $[\ \langle -2,-1) \cup (-1,4\rangle\ ]$

399. $x^2+10|x|+24<0$ $[\ \emptyset\ ]$

400. $-x^2+2|x|+3 \le 0$ $[\ (-\infty,-3\rangle \cup \langle 3,\infty)\ ]$

401. $|3x-5| \le 2x+10$ $[\ \langle -1,15\rangle\ ]$

402. $\frac{1}{2}|3x-1| + \dfrac{x}{5} < 7x+10.1$ $[\ (-\frac{96}{83},\infty)\ ]$

403. $2x-|3x+6| \le \dfrac{8+2x}{3}$ $[\ R\ ]$

404. $\dfrac{|x|^2-3|x|-28}{|x|-7} > 9$

$[\ (-\infty,-7) \cup (-7,-5) \cup (5,7) \cup (7,\infty)\ ]$

405. $|3x+1|-|x-2|<7$ $[\ (-5,2)\ ]$

406. $|5x-2|-3|4-2x|<2.5$ $[\ (-\infty,1.5) \cup (7.5,\infty)\ ]$

407. $|x^2-2x-3|<x+1$ $[\ (2,4)\ ]$

408. $\dfrac{1}{|x-1|} \ge \dfrac{2}{|1-x|}+1$ $[\ \emptyset\ ]$

409. $5|x-1|-3|x-2|+|x-4|+x>5$

$[\ (-\infty,-1) \cup (\frac{3}{2},\infty)\ ]$

410. $6-|x+1| \ge |x+5|-|x-2|$ $[\ \langle -14,\frac{2}{3}\rangle\ ]$

411. $\dfrac{|x-3|}{x^2-5x+6} \geq 2$ $[\ \langle \frac{3}{2}, 2)\ ]$

412. $|\,|x+2|-5| > 3$ $[\ (-\infty,-10) \cup (-4,0) \cup (6,\infty)\ ]$

413. $|3-|2-x|\,| \leq 2x$ $[\ \langle 1,\infty)\ ]$

414. $|\,|x-2|+3| \leq 2x$ $[\ \langle \frac{5}{3},\infty)\ ]$

415. $\left|\dfrac{3}{x-3}\right| > 5$ $[\ (\frac{12}{5},3) \cup (3,\frac{18}{5})\ ]$

416. $\left|\dfrac{3x+2}{x+1}\right| \geq 2$ $[\ (-\infty,-1) \cup (-1,-\frac{4}{5}\rangle \cup \langle 0,\infty)\ ]$

417. $|x^2-5x| < 6$ $[\ (-1,2) \cup (3,6)\ ]$

418. $\left|\dfrac{3x}{x^2-4}\right| \leq 1$ $[\ (-\infty,-4\rangle \cup \langle -1,1\rangle \cup \langle 4,\infty)\ ]$

419. $x+2 \leq |3-2x| \leq x+4$ $[\ \langle -\frac{1}{3},\frac{1}{3}\rangle \cup \langle 5,7\rangle\ ]$

420. $|2x-4| \leq x \leq |2x-1|$ $[\ \langle \frac{4}{3},4\rangle\ ]$

Riešte v R iracionálne nerovnice:

421. $\sqrt{4-x^2} \leq x$ $[\ \langle \sqrt{2},2\rangle\ ]$

422. $\sqrt{x+2} \leq 1+\frac{x}{2}$ $[\ \{-2\} \cup \langle 2,\infty)\ ]$

423. $\sqrt{x^2-12} \leq x-4$ $[\ \emptyset\ ]$

424. $\sqrt{x^2-20} \leq x-4$ $[\ \langle 2\sqrt{5},\frac{9}{2}\rangle\ ]$

425. $\sqrt{2x-x^2} < 1+x$ $[\ \langle 0, 2\rangle\ ]$

426. $\sqrt{2x-x^2} \leq x-1$ $[\ \langle \frac{2+\sqrt{2}}{2}, 2\rangle\ ]$

427. $\sqrt{x^2-5x+6} < x-2$ $[\ \langle 3, \infty)\ ]$

428. $\sqrt{x^2-x-12} < 7-x$ $[\ (-\infty, -3\rangle \cup \langle 4, \frac{61}{13})\ ]$

429. $\sqrt{x^2+x-2} < x-3$ $[\ \emptyset\ ]$

430. $\sqrt{2-x} > x$ $[\ (-\infty, 1)\ ]$

431. $x+3 < \sqrt{x+33}$ $[\ \langle -33, 3)\ ]$

432. $x-1 < \sqrt{x^2+1}$ $[\ R\ ]$

433. $\sqrt{5-x^2} > x-1$ $[\ \langle -\sqrt{5}, 2)\ ]$

434. $\sqrt{x^2-4x} > x-3$ $[\ (-\infty, 0\rangle \cup (\frac{9}{2}, \infty)\ ]$

435. $\sqrt{x^2-2x} > 1-x$ $[\ \langle 2, \infty)\ ]$

436. $\sqrt{8+2x-x^2} > 6-3x$ $[\ (1, 4\rangle\ ]$

437. $\sqrt{x^2+4x+2} > x+1$
$[\ (-\infty, -2-\sqrt{2}\rangle \cup (-\frac{1}{2}, \infty)\ ]$

438. $\sqrt{3x^2+5x+7} - \sqrt{3x^2+5x+2} > 1$
$[\ (-2, -1\rangle \cup \langle -\frac{2}{3}, \frac{1}{3})\ ]$

Riešte v R nerovnice s parametrom $a \in R$:

439. $ax + x - a - a^2 > 0$

a	$a = -1$	$a < -1$	$a > -1$
K	$\emptyset$	$(-\infty, a)$	(a, ∞)

440. $5x - 3x(a+1) < 2(1-ax) + 3$

a	$a = 2$	$a < 2$	$a > 2$
K	R	$\left(-\infty, \frac{5}{2-a}\right)$	$\left(\frac{5}{2-a}, \infty\right)$

441. $2x(a-1) + a(1-5x) \leq 2(a-x)$

a	$a = 0$	$a < 0$	$a > 0$
K	R	$(-\infty, -\frac{1}{3}\rangle$	$\langle -\frac{1}{3}, \infty)$

442. $2x(a+1) + x(2-a) > 1 + x$

a	$a = -3$	$a < -3$	$a > -3$
K	$\emptyset$	$\left(-\infty, \frac{1}{a+3}\right)$	$\left(\frac{1}{a+3}, \infty\right)$

443. $\dfrac{x}{2a} + \dfrac{1-x}{6} > \dfrac{x+1}{8a}$

a	$a = 0$	$a = \frac{9}{4}$	$a < 0$	$0 < a < \frac{9}{4}$	$a > \frac{9}{4}$
K	–	R	$\left(-\infty, \frac{3-4a}{9-4a}\right)$	$\left(\frac{3-4a}{9-4a}, \infty\right)$	$\left(-\infty, \frac{3-4a}{9-4a}\right)$

444. $a^2x - a > 16x - 4$

a	$a = -4$	$a = 4$	$\lvert a\rvert > 4$	$\lvert a\rvert < 4$
K	R	$\emptyset$	$\left(\frac{1}{a+4}, \infty\right)$	$\left(-\infty, \frac{1}{a+4}\right)$

445. $2x(2a-1) - x(2a-3) \leq a + x$

a	$a = 0$	$a < 0$	$a > 0$
K	R	$\langle \frac{1}{2}, \infty)$	$(-\infty, \frac{1}{2}\rangle$

446. $|x| < \dfrac{a}{x}$

a	$a = 0$	$a < 0$	$a > 0$
K	$\emptyset$	$(-\sqrt{-a}, 0)$	$(0, \sqrt{a})$

447. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad x^2 - ax > \dfrac{2}{a}$

[$(-2, 0)$]

448. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad \dfrac{x^2 - ax - 2}{x^2 - 3x + 4} > -1$

[$(-7, 1)$]

449. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad (a^2 - 1)x^2 + 2(a-1)x + 2 > 0$

[$(-\infty, -3) \cup \langle 1, \infty)$]

450. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad (a+4)x^2 - 2ax + 2a - 6 < 0$

$[\ (-\infty, -6)\ ]$

451. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad \dfrac{x^2 - 8x + 20}{ax^2 + 2(a+1)x + 9a + 4} < 0$

$[\ (-\infty, -\frac{1}{2})\ ]$

452. Pre aké hodnoty parametra $a \in R$ je každé $x \in R$ riešením nerovnice $\quad -9 < \dfrac{3x^2 + ax - 6}{x^2 - x + 1} < 6$

$[\ (-3, 6)\ ]$

Riešte v R exponenciálne nerovnice:

453. $(0.4)^{\frac{6-5x}{2+5x}} < \dfrac{25}{4}$ $\qquad [\ (-\infty, -2) \cup (-\frac{2}{5}, \infty)\ ]$

454. $(0.5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} \leq 64^{-1}$ $\qquad [\ (-\infty, -2\rangle \cup \langle 4, \infty)\ ]$

455. $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$ $\qquad [\ (0, \infty)\ ]$

456. $9^x - 2 \cdot 3^x < 3$ $\qquad [\ (-\infty, 1)\ ]$

457. $5^{2x+1} > 5^x + 4$ $\qquad [\ (0, \infty)\ ]$

458. $4^{\frac{1}{x}-1} - 2^{\frac{1}{x}-2} - 3 \leq 0$ $\qquad [\ (-\infty, 0) \cup \langle \frac{1}{2}, \infty)\ ]$

459. $4^x - 2 \cdot 5^{2x} - 10^x > 0$ $\qquad [\ (-\infty, \log_{0.4} 2)\ ]$

460. $4^{x+1} - 16^x < 2 \log_4 8$ $\qquad [\ (-\infty, 0) \cup (\log_4 3, \infty)\ ]$

461. $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$ $\qquad [\ (-2, \infty)\ ]$

462. $\dfrac{1}{3^x+5} < \dfrac{1}{3^{x+1}-1}$ $[\ (-1,1)\ ]$

463. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$ $[\ (-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})\ ]$

464. $x^{\log_2 x} + 16x^{-\log_2 x} < 17$ $[\ (\frac{1}{4},1)\cup(1,4)\ ]$

Riešte v R logaritmické nerovnice:

465. $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x < 6$ $[\ (0,27)\ ]$

466. $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(2x-3) < 0$ $[\ (\frac{3}{2},2)\ ]$

467. $\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{2-3x}{x}\right) \geq -1$ $[\ \langle\frac{1}{3},\frac{2}{3})\ ]$

468. $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{3x-1}{x+2} < 1$ $[\ (-\infty,-2)\cup(\frac{5}{8},\infty)\ ]$

469. $\log_{\frac{1}{4}}\left(\dfrac{35-x^2}{x}\right) \geq -\frac{1}{2}$ $[\ \langle-7,-\sqrt{35})\cup\langle5,\sqrt{35})\ ]$

470. $\log_8(x^2-4x+3) < 1$ $[\ (-1,1)\cup(3,5)\ ]$

471. $\dfrac{1}{2}\log(3x+4) \leq \log(x+2)$ $[\ (-\frac{4}{3},-1\rangle\cup\langle0,\infty)\ ]$

472. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-12) > \log_{\frac{1}{2}}(x+3)$ $[\ (4,5)\ ]$

473. $\log 10^{\log(x^2+21)} > 1 + \log x$ $[\ (0,3)\cup(7,\infty)\ ]$

474. $\log_2(1+\log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x) < 1$ $[\ (\frac{1}{3},3)\ ]$

475. $\log_3^2 x + \log_3 x \geq 2$ $[\ (0,\frac{1}{9}\rangle\cup\langle3,\infty)\ ]$

476. $\dfrac{-5}{\log_2 x} < \log_2 x - 6$ $\quad[\ (1,2) \cup (32,\infty)\ ]$

477. $\dfrac{1}{2} + \log_9 x - \log_3 (5x) > \log_{\frac{1}{3}} (x+3)$ $\quad[\ (0,\infty)\ ]$

478. $\log_{\frac{1}{3}} (x-1) + \log_{\frac{1}{3}} (x+1) + \log_{\sqrt{3}} (5-x) < 1$ $\quad[\ (2,5)\ ]$

479. $(\log_{0.2} (x-1))^2 > 4$ $\quad[\ (1, \frac{26}{25}) \cup (26,\infty)\ ]$

480. $\left(\dfrac{x}{10}\right)^{\log x - 2} < 100$ $\quad[\ (1, 10^3)\ ]$

481. $\sqrt{\log_2 \left(\dfrac{3x-2}{1-x}\right)} < 1$ $\quad[\ \langle \frac{3}{4}, \frac{4}{5})\ ]$

482. $\sqrt{x^{\log_2 \sqrt{x}}} \geq 2$ $\quad[\ (0, \frac{1}{4}\rangle \cup \langle 4,\infty)\ ]$

483. $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0.3 > 0$ $\quad[\ (1,\infty)\ ]$

484. $\log_{x^2} \dfrac{4x-5}{|x-2|} \geq \dfrac{1}{2}$ $\quad[\ \langle \sqrt{6}-1, 2) \cup (2,5\rangle\ ]$

485. $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_8 \left(\dfrac{x^2-2x}{x-3}\right)\right) < 0$ $\quad[\ (3,4) \cup (6,\infty)\ ]$

486. $\log_x (\log_9 (3^x - 9)) < 1$ $\quad[\ (\frac{1}{\log 3}, \infty)\ ]$

487. $\dfrac{\log_5 (x^2+3)}{4x^2-16x} < 0$ $\quad[\ (0,4)\ ]$

488. $\dfrac{3x^2-16x+21}{\log_{0.3} (x^2+4)} < 0$ $\quad[\ (-\infty, \frac{7}{3}) \cup (3,\infty)\ ]$

489. Určte, pre ktoré $x \in Z$ platí sústava nerovníc

$$\log(x-1) < 1$$

$$\frac{x+8}{x+2} > 2$$

[2; 3]

490. Určte, pre ktoré $x \in Z$ platí sústava nerovníc

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) < 4$$

$$\frac{x}{x-3} + \frac{x-5}{x} < \frac{2x}{3-x}$$

[2]

491. Určte hodnoty goniometrických funkcií (bez použitia kalkulačky):

a) $\sin(-\frac{31}{4}\pi)$; $\operatorname{cotg}\frac{31}{4}\pi$

b) $\cos\frac{109}{6}\pi$; $\operatorname{tg}(-\frac{109}{6}\pi)$

[**a)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; -1 **b)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{3}$]

492. Určte hodnotu výrazu:

a) $\sin 225° - \cos 240° + \operatorname{tg} 300° - \operatorname{cotg} 330°$

b) $\dfrac{\sin(-\frac{17}{3}\pi)\cdot\operatorname{tg}\frac{9}{4}\pi}{\cos\frac{7}{6}\pi\cdot\operatorname{cotg}(-300°)}$

[**a)** $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ **b)** $-\sqrt{3}$]

493. Bez počítania veľkosti uhla x určte hodnoty ostatných goniometrických funkcií, ak je dané:

a) $\operatorname{cotg} x = -3$ pre $\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$

b) $|\sin x| = \frac{3}{5}$ pre $\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$

c) $|\operatorname{tg} x| = \frac{\sqrt{7}}{3}$ pre $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$

[**a)** $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{3}$
b) $\sin x = -\frac{3}{5}$, $\cos x = \frac{4}{5}$, $\operatorname{tg} x = -\frac{3}{4}$, $\operatorname{cotg} x = -\frac{4}{3}$
c) $\sin x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos x = -\frac{3}{4}$, $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{7}}{3}$, $\operatorname{cotg} x = \frac{3\sqrt{7}}{7}$]

494. Pomocou súčtových vzorcov vypočítajte:

a) $\cos 20° + \cos 100° + \cos 140°$

b) $\dfrac{\sin 70° + \sin 50°}{\cos 55° + \cos 35°}$

[**a)** 0 **b)** $\sqrt{\frac{3}{2}}$]

495. Vypočítajte $\cos(\alpha-\beta)$, ak $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\sin\beta = \frac{24}{25}$; α, β sú ostré uhly.

[$\frac{117}{125}$]

496. Vypočítajte $\cos\alpha$, ak $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$ $\left[\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ \right]$

497. Vyjadrite funkcie $\sin x$ a $\cos x$ pomocou funkcie premennej $t = \operatorname{tg}\frac{x}{2}$.

$\left[\ \frac{2t}{1+t^2}; \frac{1-t^2}{1+t^2}\ \right]$

498. Vypočítajte hodnotu výrazov $\sin\alpha\cos\alpha$, $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha$, ak $\sin\alpha + \cos\alpha = n$.

$\left[\ \frac{n^2-1}{2}; \frac{n(3-n^2)}{2}\ \right]$

499. Určte hodnoty $\sin(x+y)$ a $\cos(x+y)$, ak:

$\cos x = -\frac{3}{5}$ pre $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

$\sin y = -\frac{5}{13}$ pre $y \in (\frac{3}{2}\pi, 2\pi)$.

$\left[\ \frac{63}{65}, \quad -\frac{16}{65}\ \right]$

500. Výraz $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$ vyjadrite pomocou funkcií $\operatorname{tg}\alpha$ a $\operatorname{tg}\beta$.

$\left[\ \frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};\ \ \alpha,\ \beta,\ \alpha+\beta \neq \frac{\pi}{2}(2k+1)\ \right]$

Riešte v R goniometrické rovnice:

501. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

$\left[\ 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z\ \right]$

502. $2\sin^2 x + (2-\sqrt{3})\sin x - \sqrt{3} = 0$

$\left[\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in Z\ \right]$

503. $\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ $\left[\ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z\ \right]$

504. $\dfrac{\sin x}{\sqrt{2} + \cos x} = 1$ $\left[\ \frac{3}{4}\pi + 2k\pi, k \in Z\ \right]$

505. $2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0$ $[\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

506. $\cos^2 x + 3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 1$

$[\ k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z\ ]$

507. $2\sin x = \sqrt{3}\cdot \operatorname{tg} x$ $[\ k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

508. $2\sin x{\cdot}\operatorname{cotg} x + 1 = \cos(-x)$ $[\ \emptyset\ ]$

509. $\sin x + \cos 2x = 1$ $[\ k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

510. $\operatorname{tg}^2 x - 1 - \dfrac{\operatorname{tg} x}{\cos x} = 0$ $[\ \frac{7}{6}\pi + 2k\pi, \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

511. $\sin^2 x(\operatorname{tg} x + 1) = 3\sin x(\cos x - \sin x) + 3$

$[\ -\frac{\pi}{4} + k\pi, \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z\ ]$

512. $\sin 2x - \sin x - \operatorname{tg} x = 0$

$[\ k\pi, \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

513. $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$ $[\ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi, k \in Z\ ]$

514. $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$ $[\ k\frac{\pi}{2}, k \in Z\ ]$

515. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{3}$ $[\ \emptyset\ ]$

516. $1 + \sin x = 2\cos^2 x$

$[\ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

517. $\dfrac{\sin^2 x}{\operatorname{tg} x} + \cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ $[\ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5}{12}\pi + k\pi, k \in Z\ ]$

518. $\sin x + \cos x = \dfrac{1}{2\sin x}$ $[\ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in Z\ ]$

519. $\cos 4x = -2\cos^2 x$

$[\ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2}{3}\pi + k\pi, k \in Z\ ]$

520. $1 + \sin x + \cos x = 2\cos\left(\dfrac{x}{2} - 45^\circ\right)$

$[\ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 4k\pi, k \in Z\ ]$

521. $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1 + \cos 2x$

$[\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in Z\ ]$

522. $\sin(x - 60^\circ) = \cos(x + 30^\circ)$ $[\ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z\ ]$

523. $\sqrt{2}\sin 5x = 2 - \sqrt{2}\cos 5x$ $[\ \frac{\pi}{20} + k\frac{2}{5}\pi, k \in Z\ ]$

524. $\sin x + \cos x = 1$ $[\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, 2k\pi, k \in Z\ ]$

525. $\sin 3x = \cos 2x$ $[\ \frac{\pi}{10} + \frac{2}{5}k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z\ ]$

526. $2\sin^2 x + 3 = 6\sin^2 \frac{x}{2}$ $[\ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

527. $|\cos x| - 1 = 2\sin^2 x$ $[\ k\pi, k \in Z\ ]$

528. $\sqrt{5\sin x + \cos 2x} + 2\cos x = 0$ $[\ \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

529. $2\cos^2 x = 2 + \operatorname{tg} x$ $[\ k\pi, \frac{3}{4}\pi + k\pi, k \in Z\ ]$

530. $1 + \sin x \cdot \cos 2x = \sin x + \cos 2x$

$[\ k\pi, (4k+1)\frac{\pi}{2}, k \in Z\ ]$

531. Riešte rovnicu $\sin^3 x = \sin x \cdot \cos^2 x$ na intervale $(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi)$.

$[\ \pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi\ ]$

532. Riešte rovnicu $2\sin^2 x = \operatorname{cotg}^2 x$ pre $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \rangle$

$[\ \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi\ ]$

533. Riešte rovnicu $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} 2x = \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{cotg} x$ pre $x \in \langle 0, \frac{3}{2}\pi \rangle$

$[\ \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi\ ]$

534. Nájdite všetky riešenia rovnice $2\cos 2x - 4\cos x = 1$, ktoré spĺňajú nerovnosť $\sin x \geq 0$.

$[\ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, k \in Z\ ]$

535. Riešte rovnicu $\dfrac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 2 + \sqrt{3}$ na intervale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

$[\ \frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi\ ]$

536. Riešte rovnicu $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$ na intervale $\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$.

$[\ \frac{\pi}{4}\ ]$

537. Určte všetky hodnoty $x \in \langle 0, 2\pi)$, ktoré sú riešením rovnice $2\sin^3 x - \sin x + \cos^2 x = 1$.

$[\ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi\ ]$

Riešte v R goniometrické nerovnice:

538. $\sin \frac{x}{2} < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $[\ \left(\frac{4}{3}\pi + 4k\pi, \frac{14}{3}\pi + 4k\pi\right), k \in Z\ ]$

539. $\cos(2x - \frac{\pi}{6}) \leq -\frac{1}{2}$ $[\ \langle \frac{5}{12}\pi + k\pi, \frac{3}{4}\pi + k\pi \rangle;\ k \in Z\ ]$

540. $\operatorname{tg}(2x - 1) < 1$

$[\ \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}\right), k \in Z\ ]$

541. $\operatorname{cotg}(3x - \frac{\pi}{4}) > -1$ $\quad [\ \left(\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, (k+1)\frac{\pi}{3}\right);\ k \in Z\ ]$

542. $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 > 0$

$[\ \left(-\frac{7}{6}\pi + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right), k \in Z\ ]$

543. $\cos 4x + \cos 2x < 0$

$[\ \left(\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5}{6}\pi + k\pi\right), x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\ ]$

544. $\operatorname{cotg}^3 x + \operatorname{cotg}^2 x - \operatorname{cotg} x - 1 < 0$

$[\ \left(\frac{\pi}{4} + k\pi, \pi + k\pi\right), x \neq \frac{3}{4}\pi + k\pi, k \in Z\ ]$

545. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x < 2$ $\quad [\ \emptyset\ ]$

546. $\sin x < \cos x$ $\quad [\ \left((8k-3)\frac{\pi}{4}, (8k+1)\frac{\pi}{4}\right);\ k \in Z\ ]$

547. $\sin x + \sqrt{3}\cos x > 0$ $\quad [\ \left((6k-1)\frac{\pi}{3}, (3k+1)\frac{2}{3}\pi\right);\ k \in Z\ ]$

548. $2\cos^2 x - 7\sin x < 5$

$[\ \left((12k-1)\frac{\pi}{6}, (12k+7)\frac{\pi}{6}\right);\ k \in Z\ ]$

549. $2\sin^2(x - \frac{\pi}{3}) - 5\sin(x - \frac{\pi}{3}) + 2 < 0$

$[\ \left((4k+1)\frac{\pi}{2}, (12k+7)\frac{\pi}{6}\right);\ k \in Z\ ]$

550. $\operatorname{tg}^2 x - (1+\sqrt{3})\operatorname{tg} x + \sqrt{3} < 0$

$[\ \left((4k+1)\frac{\pi}{4}, (3k+1)\frac{\pi}{3}\right);\ k \in Z\ ]$

551. Riešte nerovnicu $2\cos^2 x > 3\sin x$ pre $x \in \langle\frac{\pi}{2}, 2\pi)$

$[\ (\frac{5}{6}\pi, 2\pi)\ ]$

552. Riešte nerovnicu $\sin x + \cos 2x > 1$ pre $x \in \langle 0, 2\pi\rangle$.

$[\ (0, \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5}{6}\pi, \pi)\ ]$

V úlohách 553–565 dokážte, že platí rovnosť:

553. $\sin(45^\circ + \alpha)\sin(45^\circ - \alpha) = \frac{1}{2}\cos 2\alpha$

554. $1 + \sin\alpha = 2\cos^2(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$

555. $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2\beta - \sin^2\alpha$

556. $\sin(x + y) + \cos(x - y) = (\sin x + \cos x)(\sin y + \cos y)$

557. $\dfrac{2\sin x + \sin 2x}{2\sin x - \sin 2x} = \operatorname{cotg}^2 \frac{x}{2}$

558. $\dfrac{1 - \sin^6\alpha - \cos^6\alpha}{1 - \sin^4\alpha - \cos^4\alpha} = \frac{3}{2}.$

559. $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg}\alpha} = \sin 2\alpha$

560. $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha) = 1$

561. $\dfrac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \dfrac{\cos\alpha}{1 + \cos\alpha} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$

562. $(1 - \operatorname{tg} x)^2 + (1 - \operatorname{cotg} x)^2 = \left(\dfrac{\cos x - \sin x}{\sin x \cos x}\right)^2$

563. $\dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos^3\alpha} = 1 + \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^3\alpha$

564. $\left(\dfrac{1 + \sin^2 x}{\sin x}\right)^2 + \left(\dfrac{1 + \cos^2 x}{\cos x}\right)^2 = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x + 7$

565. $\dfrac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = \dfrac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$

V úlohách 566–567 zjednodušte výrazy pre všetky hodnoty $x \in R$, pre ktoré sú výrazy definované:

566. $\dfrac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x - \operatorname{cotg}^2 x}$ [$\operatorname{tg}^6 x$]

567. $\dfrac{\cos^2 x}{\operatorname{cotg}\dfrac{x}{2} - \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}}$ [$\frac{\sin 2x}{4}$]

V úlohách 568–570 zjednodušte výrazy pre všetky $x \in R$, pre ktoré sú výrazy definované a overte ich správnosť pre $x = \frac{\pi}{6}$:

568. $1 + \dfrac{\sin^4 x - 1}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x$ [$-2\sin^2 x,\ \ V(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$]

569. $\dfrac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} + \dfrac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$ [$2\operatorname{tg} x,\ \ V(\frac{\pi}{6}) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$]

570. $\dfrac{\cos x}{1 + \sin x} + \dfrac{1 + \sin x}{\cos x}$ [$\frac{2}{\cos x},\ \ V(\frac{\pi}{6}) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$]

Určte definičný obor funkcie:

571. $f(x) = \sqrt{5 - x - \frac{6}{x}}$ $[\ (-\infty, 0) \cup \langle 2, 3\rangle\ ]$

572. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{\ln(3 - 2x)}$ $[\ (-\infty, -5\rangle \cup (1, \frac{3}{2})\ ]$

573. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\ln(4x - 7)}$ $[\ (2, \infty)\ ]$

574. $f(x) = \dfrac{\ln(x^2 + x + 3)}{\sqrt{x^2 + 5x - 14}}$ $[\ (-\infty, -7) \cup (2, \infty)\ ]$

575. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2 - 3x - 2x^2}}{\ln(4x + 5)}$ $[\ (-\frac{5}{4}, -1) \cup (-1, \frac{1}{2}\rangle\ ]$

576. $f(x) = \dfrac{\sqrt{75 - 3x^2}}{\ln(2x + 7)}$ $[\ (-\frac{7}{2}, -3) \cup (-3, 5\rangle\ ]$

577. $f(x) = \sqrt{\dfrac{4 - x}{x + 4}} \cdot \ln(\ln x)$ $[\ (1, 4\rangle\ ]$

578. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{8 - x\sqrt{x}}}$ $[\ \langle 0, 4)\ ]$

579. $f(x) = \sqrt{\ln \dfrac{x - 3}{x + 3}}$ $[\ (-\infty, -3)\ ]$

580. $f(x) = \sqrt{\ln \dfrac{3 - 2x}{5x + 3}}$ $[\ (-\frac{3}{5}, 0\rangle\ ]$

581. $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 9) + 4}$ $[\ \langle -5, -3) \cup (3, 5\rangle\ ]$

582. $f(x) = \sqrt{\ln\left(\dfrac{4-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}\right)}$ $[\ \langle 0, 1\rangle\ ]$

583. $f(x) = \sqrt{\ln\left(\dfrac{3-2e^x}{1-e^x}\right)}$ $[\ (-\infty, 0) \cup \langle \ln 2, \infty)\ ]$

584. $f(x) = \dfrac{\ln(3x+21)}{x^3-3x^2+2x}$ $[\ (-7, 0) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)\ ]$

585. $f(x) = \dfrac{\sqrt{\log(4x^2-17x+5)}}{\ln\sqrt{1+x^2}}$ $[\ (-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{4}\rangle \cup \langle 4, \infty)\ ]$

586. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^3-7x^2+12x}}{\sqrt{e^x-1}}$ $[\ (0, 3\rangle \cup \langle 4, \infty)\ ]$

587. $f(x) = \sqrt{1-\ln(x-1)} + \sqrt{\dfrac{4-x}{x+2}}$ $[\ (1, e+1\rangle\ ]$

588. $f(x) = \sqrt{\ln^2(x-1)-4}$ $[\ (1, 1+e^{-2}\rangle \cup \langle e^2+1, \infty)\ ]$

589. $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - 1}$ $[\ \langle -\frac{1}{3}, 0) \cup (0, 1\rangle\ ]$

590. $f(x) = \ln(\sqrt{-x^2+8x-12} - \sqrt{3})$ $[\ (3, 5)\ ]$

591. $f(x) = \sqrt{3-\sqrt{x}} \cdot \ln(x^2-5x+4)$ $[\ \langle 0, 1) \cup (4, 9\rangle\ ]$

592. $f(x) = \ln(e^x - e^{-x}) - \ln(\ln x)$ $[\ (1, \infty)\ ]$

593. $f(x) = \sqrt{2e^{-2x} - 3e^{-x} - 2}$ $[\ (-\infty, -\ln 2\rangle\ ]$

594. $f(x) = \ln\dfrac{x^2-5x+6}{x^3+x^2+x}$ $[\ (0, 2) \cup (3, \infty)\ ]$

595. $f(x) = \dfrac{\log_{\frac{1}{2}}\left(2x^2 - 25x + 77\right)}{1 - e^{x^2-6x}}$ $[\ (-\infty, 0) \cup (0, \frac{11}{2}) \cup (7, \infty)\ ]$

596. $f(x) = \dfrac{\log_{0.2}(-\frac{3}{4} + \sqrt{3}x - x^2)}{e^{x^2-3} - e}$ $[\ \emptyset\ ]$

597. $f(x) = \dfrac{\log_{\sqrt{10}}(6 + x - x^2)}{\sqrt[3]{x^2 - 9}}$ $[\ (-2, 3)\ ]$

598. $f(x) = \sqrt{\log_{0.99}(x^2 - 4x + 4)}$ $[\ \langle 1, 2) \cup (2, 3\rangle\ ]$

599. $f(x) = \sqrt{-\dfrac{\log_{0.3}(x-1)}{\sqrt{-x^2 + 2x + 8}}}$ $[\ \langle 2, 4)\ ]$

600. $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x+1}{x-1}}$ $[\ \langle 2, \infty)\ ]$

601. $f(x) = \ln(2\cos x - \sqrt{3})$
$[\ \left(-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right),\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\ ]$

602. $f(x) = \mathrm{tg}\sqrt{2x}$
$[\ \langle 0, \infty)$ okrem bodov $x = \frac{(2k+1)^2\pi^2}{8},\ k = 0, 1, 2, \dots\ ]$

603. $f(x) = \sqrt{\sin x} + \sqrt{9 - x^2}$ $[\ \langle 0, 3\rangle\ ]$

604. $f(x) = \sqrt{\sin x - 0.5} + \log_3(25 - x^2)$
$[\ (-5, -\frac{7}{6}\pi\rangle \cup \langle \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\rangle\ ]$

605. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{\mathrm{cotg}(4x)}}$ $[\ (\frac{k\pi}{4}, \frac{(2k+1)\pi}{8}),\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\ ]$

606. Sú dané body $A = [3, -4]$,$B = [2, 1]$. Napíšte
a) parametrické vyjadrenie priamky AB,
b) všeobecnú rovnicu priamky AB,
c) smernicový tvar rovnice priamky AB,
d) úsekový tvar rovnice priamky AB.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ x = 3 - t,\ \ y = -4 + 5t;\ t \in R \\ \textbf{b)}\ 5x + y - 11 = 0 \\ \textbf{c)}\ y = -5x + 11 \\ \textbf{d)}\ \frac{x}{\frac{11}{5}} + \frac{y}{11} = 1 \end{array}\right]$$

607. Napíšte parametrické vyjadrenie priamky, ktorá prechádza bodom $A = [3, -1]$ a je rovnobežná
a) s osou x,
b) s osou y,
c) s osou I. a III. kvadrantu.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ x = 3 + t,\ \ y = -1;\ t \in R \\ \textbf{b)}\ x = 3,\ \ y = -1 + t;\ t \in R \\ \textbf{c)}\ x = 3 + t,\ \ y = -1 + t;\ t \in R \end{array}\right]$$

608. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá prechádza bodom $M = [-3, 5]$ a je rovnobežná s priamkou

a) $5x + 2y - 42 = 0$,
b) $x = 3 - 2t,\ y = t;\ t \in R$.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ 5x + 2y + 5 = 0 \\ \textbf{b)}\ x + 2y - 7 = 0 \end{array}\right]$$

609. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky q, ktorá je kolmá na priamku p a prechádza bodom A, ak

a) $p : 2x - y - 1 = 0, A = [-3, 3]$,
b) $p : x = 3 + 2t,\ y = -4 + 5t;\ t \in R,\ A = [1, 4]$,
c) $p : \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1,\ A = [2, -5]$.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ x + 2y - 3 = 0 \\ \textbf{b)}\ 2x + 5y - 22 = 0 \\ \textbf{c)}\ 3x - 4y - 26 = 0 \end{array}\right]$$

610. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá prechádza bodom $P = [3, -\sqrt{3}]$ a zviera s osou x uhol $120°$.

$$[\ \sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0\ ]$$

611. Napíšte všeobecnú rovnicu, parametrické vyjadrenie a smernicový tvar osi úsečky AB, ak je dané $A = [5, 4]$, $B = [-1, 8]$.

$$\left[\begin{array}{l} 3x - 2y + 6 = 0 \\ x = 2 + 2t,\ y = 6 + 3t;\ t \in R \\ y = \frac{3}{2}x + 3 \end{array}\right]$$

612. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky prechádzajúcej bodmi $A = [3, 1]$, $B = [-1, 4]$ a vypočítajte dĺžku úsečky AB.

$$[\ 3x + 4y - 13 = 0;\ |AB| = 5\ ]$$

613. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá prechádza bodom $M = [15, -3]$ a priesečníkom dvojice priamok $p : 3x - 5y + 12 = 0$, $q : 5x + 2y - 42 = 0$.

$$[\ x + y - 12 = 0\ ]$$

614. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky prechádzajúcej priesečníkom dvojice priamok $p : 5x - y + 10 = 0$, $q : 8x + 4y + 9 = 0$, kolmo na priamku $r : x + 3y = 0$.

$$[\ 6x - 2y + 13 = 0\ ]$$

615. Nájdite hodnoty koeficientov a, b, pri ktorých sústava rovníc $x = a + 3t,\ y = 4 - bt;\ t \in R$ vyjadruje priamku určenú bodmi $U = [1, 0],\ V = [3, -1]$.

$$[\ a = -7,\ b = 1.5\ ]$$

616. Určte vzťahy medzi parametrami m, n tak, aby rovnice $2x - y + 3 = 0,\ (m - 1)x + 5ny + 5 = 0$ boli vyjadrením

a) tej istej priamky,
b) rovnobežných priamok,
c) rôznobežných priamok.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ m = \frac{13}{3},\ n = -\frac{1}{3} \\ \textbf{b)}\ m = 1 - 10n, \quad \text{pričom } n \neq -\frac{1}{3}, 0 \\ \textbf{c)}\ m \neq 1 - 10n, \quad \text{pričom } n \neq 0 \end{array}\right]$$

617. V rovnici $3x + by - 1 = 0$ určte parameter b tak, aby
a) priamka prechádzala bodom $B = [2, 2]$,
b) priamka bola rovnobežná s osou y,
c) smerový uhol mal veľkosť $\frac{\pi}{6}$.

[**a)** $b = -2.5$ **b)** $b = 0$ **c)** $b = -3\sqrt{3}$]

618. Vypočítajte uhol priamky prechádzajúcej bodmi $A = [2, 0]$, $B = [4, -2]$ s osou x.

[$\frac{\pi}{4}$]

619. Vypočítajte uhol dvoch daných priamok
a) $p : 3x - 7 = 0, \quad q : x + y + 13 = 0$,
b) $p : 5x + 3y - 7 = 0, \quad q : x = t,\ y = 5 + 4t;\ t \in R$,
c) $p : 4x - 5 = 0, \quad q : x = t,\ y = 7;\ t \in R$.

[**a)** 45° **b)** 45° **c)** 90°]

620. Napíšte rovnicu priamky p, ktorá prechádza bodom A a zviera s priamkou q uhol α, ak
a) $A = [1, 3], \quad q : 4y - 7 = 0, \quad \alpha = 45°$,
b) $A = [0, -9], \quad q : 3x - 7 = 0, \quad \alpha = 60°$,
c) $A = [6, 1], \quad q : 3x - \sqrt{3}y - 7 = 0, \quad \alpha = 30°$.

[**a)** $p_1 : x - y + 2 = 0$ a $p_2 : x + y - 4 = 0$
b) $p_1 : x - y\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = 0$ a $p_2 : x + y\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 0$
c) $p_1 : x - 6 = 0$ a $p_2 : x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} - 6 = 0$]

621. Medzi všetkými priamkami $x+y+c = 0$ určte takú priamku, ktorá má od počiatku sústavy súradníc vzdialenosť $v = 3$.

[$p_1 : x + y + 3\sqrt{2} = 0$ a $p_2 : x + y - 3\sqrt{2} = 0$]

622. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá prechádza bodom $A = [4, -2]$ a má od počiatku sústavy súradníc vzdialenosť $v = 2$.

[$p_1 : y + 2 = 0$ a $p_2 : 4x + 3y - 10 = 0$]

623. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá prechádza bodom $P = [6, 3]$ a jej vzdialenosť od bodu $Q = [2, 6]$ je $v = 5$.

[$4x - 3y - 15 = 0$]

624. Priamka prechádza bodom $P = [-2, 5]$ a má od bodu $Q = [3, 5]$ vzdialenosť $v = \sqrt{5}$. Určte jej všeobecnú rovnicu.

[$p_1 : x + 2y - 8 = 0$ a $p_2 : x - 2y + 12 = 0$]

625. Ktorý bod priamky $5x - 4y - 28 = 0$ má tú vlastnosť, že jeho vzdialenosť od bodov $M = [1, 5]$, $N = [7, -3]$ je rovnaká?

[$[10, \frac{11}{2}]$]

626. Vypočítajte súradnice bodu P, ktorý je súmerný s bodom $Q = [-2, -9]$ podľa priamky $p : 2x + 5y - 38 = 0$.

[$[10, 21]$]

627. Zistite vzájomnú polohu dvojice priamok p, q a určte ich priesečník (ak existuje).

a) $p : x = 8 + 5t,\ y = 6 - 10t;\ t \in R \qquad q : y = -2x + 3$,
b) $p : 3x - 7y + 29 = 0 \qquad q : x = 15 + 14t,\ y = 23 + 6t;\ t \in R$,
c) $p : 2x + 2y - 7 = 0 \qquad q : 9x + 6y - 14 = 0$.

[**a)** rovnobežné
b) rovnobežné
c) pretínajú sa v bode $P = [-\frac{7}{3}, \frac{35}{6}]$]

628. Zistite vzájomnú polohu trojice priamok $p : 3x - y - 1 = 0$, $q : 2x - y + 3 = 0$, $r : x - y + 7 = 0$.

[pretínajú sa v bode $P = [4, 11]$]

629. Vypočítajte veľkosť výšky v_a v trojuholníku ABC, ak vrcholy trojuholníka sú $A = [5, 2]$, $B = [1, 5]$, $C = [-2, 1]$.

[$v_a = 5$]

630. Vypočítajte vzdialenosť stredov úsečiek AB, CD, ak sú dané súradnice bodov: $A = [3, 2]$, $B = [4, -1]$, $C = [-4, 5]$, $D = [-1, -2]$.

[$\sqrt{37}$]

631. Je daný trojuholník ABC, súradnice vrcholov sú $A = [3, 5]$, $B = [-2, 1]$, $C = [0, -3]$. Napíšte všeobecnú rovnicu ťažnice t_a a určte jej veľkosť.

[$t_a : 3x - 2y + 1 = 0;\ 2\sqrt{13}$]

632. Napíšte všeobecné rovnice priamok, na ktorých ležia výšky trojuholníka ABC, ak je dané: $A = [7, 8]$, $B = [5, -2]$, $C = [-3, -6]$.

$$\left[\begin{array}{l} v_a : 2x + y - 22 = 0 \\ v_b : 5x + 7y - 11 = 0 \\ v_c : x + 5y + 33 = 0 \end{array}\right]$$

633. Napíšte všeobecné rovnice priamok, na ktorých ležia strany trojuholníka ABC, ak poznáte súradnice jedného vrchola $A = [3, -4]$ a rovnice dvoch výšok $p : 2x-7y-6 = 0$, $q : 7x-2y-1 = 0$.

$$\left[\begin{array}{l} a : x - y + 2 = 0 \\ b : 7x + 2y - 13 = 0 \\ c : 2x + 7y + 22 = 0 \end{array}\right]$$

634. Svetelný lúč vychádza z bodu $A = [2, 3]$ a odráža sa od priamky $x + y = 0$ do bodu $B = [1, 1]$. Vypočítajte súradnice bodu odrazu.

$$\left[\ [-\tfrac{1}{7}, \tfrac{1}{7}]\ \right]$$

635. Napíšte parametrické vyjadrenie roviny ABC, ak platí $A = [2, -1, 4]$, $B = [1, 1, 5]$, $C = [5, -1, 2]$ a určte prvú súradnicu bodu $E = [x, 3, -2]$ ležiaceho v rovine ABC.

$$\left[\begin{array}{l} ABC : x = 2 - t + 3s,\ y = -1 + 2t,\ z = 4 + t - 2s;\ t, s \in R; \\ x = 12 \end{array}\right]$$

636. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny, ktorá je určená bodom $A = [4, -1, 2]$ a priamkou s parametrickým vyjadrením $x = 5 + t$, $y = 1 + 3t$, $z = 2 - t$; $t \in R$.

$$[\ 2x - y - z - 7 = 0\ ]$$

637. Sú dané body $A = [4, 3, 4]$, $B = [2, -6, -1]$, $C = [-2, 0, 5]$. Napíšte rovnicu roviny ABC a určte jej priesečníky so súradnicovými osami x, y, z.

$$\left[\begin{array}{l} ABC : 3x - 4y + 6z - 24 = 0; \\ X = [8, 0, 0],\ \ Y = [0, -6, 0],\ \ Z = [0, 0, 4] \end{array}\right]$$

638. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny, ktorá je rovnobežná s priamkou $x = 3 - 4t$, $y = 1 - t$, $z = 5 - t$; $t \in R$ a ležia v nej body $A = [-1, 2, 4]$, $B = [-2, 4, -3]$.

$[\ x - 3y - z + 11 = 0\ ]$

639. Máme dané body $L = [3, -2, 5]$, $M = [-2, 5, -4]$ a rovinu $\varrho : x = 1 + t + s$, $y = 2 - t - 3s$, $z = 4 + t - 3s$; $t, s \in R$. Nájdite všeobecnú rovnicu roviny σ, v ktorej ležia body L, M a je kolmá na rovinu ϱ.

$[\ 11x - 32y - 31z + 58 = 0\ ]$

640. Zistite vzájomnú polohu dvoch rovín. Ak sú roviny rôznobežné, určte ich priesečnicu, ak sú roviny rovnobežné, vypočítajte ich vzdialenosť:

a) $x - 4y + 8z + 7 = 0$, $x - 4y + 8z - 11 = 0$,
b) $3x - 2y - 5z - 4 = 0$, $2x + 3y + z - 7 = 0$,
c) $2x - 4y + 6z - 18 = 0$, $3x - 6y + 9z - 27 = 0$.

[**a)** rovnobežné, $v = 2$
b) rôznobežné, priesečnica: $x = 2 + t$, $y = 1 - t$, $z = t$; $t \in R$
c) totožné]

V nasledujúcich úlohách rozhodnite, akú vzájomnú polohu majú roviny ϱ, σ, ak je dané ich parametrické vyjadrenie:

641. $\varrho: \begin{array}{l} x = 1 + u - 2v \\ y = -3u + 2v \\ z = 2 - 4u - 4v \\ \quad u, v \in R \end{array}$ $\qquad \sigma: \begin{array}{l} x = 2 - s + 3t \\ y = 1 + s - 9t \\ z = 10 - 2s - 12t \\ \quad s, t \in R \end{array}$

[totožné]

642. $\varrho: \begin{array}{l} x = 3 + 2u - 3v \\ y = 4 - 3u + v \\ z = -2 + u + v \\ \quad u, v \in R \end{array}$ $\qquad \sigma: \begin{array}{l} x = 7 + 4s + t \\ y = -3 - 6s \\ z = 5 + 2s - t \\ \quad s, t \in R \end{array}$

[rôznobežné]

643. $\varrho: \begin{array}{l} x = 3 - u + v \\ y = -7 + u - 3v \\ z = 5 - 2u - 4v \\ \quad u, v \in R \end{array}$ $\qquad \sigma: \begin{array}{l} x = 2 - s - t \\ y = 4 + 3s + t \\ z = 1 + 4s - 2t \\ \quad s, t \in R \end{array}$

[rovnobežné]

644. Je daný bod $M = [0, 2, -2]$ a roviny $\alpha : x + y + z - 6 = 0$, $\beta : x + y + z - 3 = 0$.

a) Overte,že dané roviny sú rovnobežné a určte ich vzdialenosť.

b) Nájdite obraz bodu M v súmernosti podľa roviny α.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & v = \sqrt{3} \\ \textbf{b)} & [4, 6, 2] \end{array} \right]$$

645. Určte vzdialenosť bodu $M = [1, 4, 3]$ od roviny α, ak

a) $\alpha : 2x + 4y - z + 6 = 0$,

b) $\alpha : x = t + s,\ y = t - s,\ z = t + 3s;\ t, s \in R$.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & v = \sqrt{21} \\ \textbf{b)} & v = \frac{5\sqrt{6}}{6} \end{array} \right]$$

646. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny γ, ktorá prechádza priesečnicou rovín α, β a je kolmá na rovinu ϱ, ak $\alpha : x - y + 1 = 0$, $\beta : 2x + y + z = 0$, $\varrho : 2x + y + z + 3 = 0$.

$[\ 4x - 7y - z + 6 = 0\ ]$

647. Sú dané tri body $A = [0, -2, 6]$, $B = [2, 2, -2]$, $C = [-1, 4, 6]$.

a) Napíšte parametrické vyjadrenie priamky AC.

b) Zistite, či bod B leží na priamke AC.

c) Napíšte parametrické vyjadrenie ťažnice t_c trojuholníka ABC.

d) Napíšte všeobecnú rovnicu roviny ABC.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & x = -t,\ y = -2 + 6t,\ z = 6;\ t \in R \\ \textbf{b)} & B \text{ neleží na priamke } AC \\ \textbf{c)} & x = -1 + 2t,\ y = 4 - 4t,\ z = 6 - 4t;\ t \in R \\ \textbf{d)} & 6x + y + 2z - 10 = 0 \end{array} \right]$$

648. Priamka p je daná parametrickým vyjadrením $x = 2 + 3t$, $y = m + 5t$, $z = 6 - 4t$; $t \in R$. Priamka q má parametrické vyjadrenie $x = 3 - 4s$, $y = 6 - s$, $z = -4 + s$; $s \in R$.
a) Určte číslo m tak, aby priamky boli rôznobežné.
b) Určte priesečník priamok.

[**a)** $m = -7$
b) $[11, 8, -6]$]

V úlohách 649-652 zistite vzájomnú polohu dvoch priamok p, q v priestore. V prípade, že sú rôznobežné, určte ich priesečník:

649.
$p : x = 14 - 7t,\ y = -3 + 5t,\ z = -5 - 3t;\ t \in R$
$q : x = 2 - 2s,\ y = 4 + 3s,\ z = -8 - 3s;\ s \in R$

[p, q sú rôznobežné, $P = [0, 7, -11]$]

650.
$p : x = 2 + 2t,\ y = 1 - 2t,\ z = -3 - 6t;\ t \in R$
$q : x = -s,\ y = 3 + s,\ z = 3 + 3s;\ s \in R$

[p, q sú totožné]

651.
$p : x = -2 + 2t,\ y = -4 + t,\ z = 1 - 6t;\ t \in R$
$q : x = 7 - 3s,\ y = 0.5 - 1.5s,\ z = -2 + 9s;\ s \in R$

[p, q sú rovnobežné]

652.
$p : x = 1 + 2t,\ y = -1 - t,\ z = 3 - 3t;\ t \in R$
$q : x = -1 - s,\ y = 1 + s,\ z = -3 + 3s;\ s \in R$

[p, q sú mimobežné]

653. Je daná rovina ϱ a priamka p. Určte ich prienik.

a) $\varrho : x + y + 2z - 3 = 0 \quad p : \begin{array}{l} x + z - 5 = 0 \\ 3x + y + z - 10 = 0 \end{array}$

b) $\varrho : \begin{array}{c} x = 1 + 4r - s \\ y = 2r - s \\ z = 1 - 3r + s \\ r, s \in R \end{array} \qquad p : \begin{array}{c} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \\ t \in R \end{array}$

$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ [4, -3, 1] \\ \textbf{b)}\ [4, -3, 1] \end{array} \right]$

654. Je daná priamka $p : x = 3 + 2t,\ y = -5 - t,\ z = 1 - 2t;$ $t \in R$, rovina $\varrho : 3x - 4y + 9 = 0$ a rovina $\sigma : 5x - y - 7z + 11 = 0$.

a) Vypočítajte uhol priamky p a roviny ϱ.

b) Vypočítajte uhol priamky p a roviny σ.

c) Vypočítajte uhol rovín ϱ a σ.

$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ \alpha \doteq 41^\circ 49' \\ \textbf{b)}\ \beta \doteq 74^\circ 12' \\ \textbf{c)}\ \gamma \doteq 63^\circ 58' \end{array} \right]$

655. Je daná rovina $\varrho : 2x + 3y - z - 6 = 0$ a priamka p s parametrickým vyjadrením $x = 1 - t,\ y = 2 + 2t,\ z = 4 + 3t;\ t \in R$.

a) Určte vzájomnú polohu priamky p a roviny ϱ. Ak je priamka rôznobežná s rovinou, určte aj ich priesečník.

b) Napíšte rovnicu priamky q, ktorá je kolmým priemetom priamky p do roviny ϱ.

$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ p \text{ je rôznobežná s } \varrho,\ \ P = [-1, 6, 10] \\ \textbf{b)}\ x = -1 + 16t,\ y = 6 - 25t,\ z = 10 - 43t;\ t \in R \end{array} \right]$

656. Je daná rovina $\varrho : 2x - y + 2z - 6 = 0$.

a) Vypočítajte uhol priamky $p : x = 1 - 3t,\ y = 2 - 4t,\ z = 3 + t;$ $t \in R$ s rovinou ϱ.

b) Vypočítajte uhol roviny $\alpha : 3x + 4y - z + 2 = 0$ s rovinou ϱ.

c) Napíšte všeobecnú rovnicu roviny β, ktorá je rovnobežná s rovinou ϱ a jej vzdialenosť od roviny ϱ je 2.

d) Zistite, či body $K = [1, 1, 1]$, $L = [3, 0, 3]$ ležia v tom istom polpriestore určenom rovinou ϱ.
e) Určte priesečníky roviny ϱ so súradnicovými osami.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & \varphi = 0^\circ \\ \textbf{b)} & \varphi = 90^\circ \\ \textbf{c)} & \beta_1 : 2x - y + 2z - 12 = 0 \\ & \beta_2 : 2x - y + 2z = 0 \\ \textbf{d)} & \text{neležia} \\ \textbf{e)} & [3, 0, 0],\ [0, -6, 0],\ [0, 0, 3] \end{array}\right]$$

657. Je daný bod $A = [2, 3, 7]$ a priamka $p : x = 2$, $y = s$, $z = 2 + s$; $s \in R$. Určte súradnice kolmého priemetu bodu A na priamku p.

[$[2, 4, 6]$]

658. Určte priesečník priamky $p : x = 1-t$, $y = -1+t$, $z = 3+2t$; $t \in R$, s rovinou ϱ, ktorá prechádza bodom $A = [1, 1, -1]$ a je kolmá na priamku p.

[$[2, -2, 1]$]

659. Nájdite priesečník priamky p a roviny ϱ, ak priamka p prechádza bodom $A = [6, 1, 2]$ a je kolmá na rovinu
$\varrho : x - 2y - z + 4 = 0$.

[$[5, 3, 3]$]

660. Nájdite parametrické vyjadrenie priesečnice rovín α, β, ak
$\alpha : 2x - 5y + 4z - 10 = 0$, $\beta : x - y - z - 2 = 0$.

[$x = 3t$, $y = -2 + 2t$, $z = t$; $t \in R$]

661. Vypočítajte vzdialenosť bodu A od priamky p, ak
a) $A = [6, -6, 5]$, $p : x = 4$, $y = 1 - 6t$, $z = 4 - 6t$; $t \in R$,
b) $A = [3, -1, 4]$, $p : x = t$, $y = 2 + t$, $z = 1 - t$; $t \in R$.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & d = 6 \\ \textbf{b)} & d = 2\sqrt{6} \end{array}\right]$$

Rozhodnite, akú vzájomnú polohu má rovina ϱ a priamka p, ak poznáte ich parametrické vyjadrenie:

662. $\varrho: \begin{array}{l} x = 1 + r + 3s \\ y = -2 + 3r - 3s \\ z = 3 - 7r - s \\ \quad r, s \in R \end{array}$ $\qquad p: \begin{array}{l} x = -2 - t \\ y = 7 + 3t \\ z = -6 - 3t \\ \quad t \in R \end{array}$

[priamka leží v rovine]

663. $\varrho: \begin{array}{l} x = 4 + 3r + s \\ y = -5 - 3r + 3s \\ z = 2 - r - 7s \\ \quad r, s \in R \end{array}$ $\qquad p: \begin{array}{l} x = 5 - t \\ y = 6 \\ z = -3 + 2t \\ \quad t \in R \end{array}$

[priamka je s rovinou rovnobežná]

664. $\varrho: \begin{array}{l} x = -1 - r + 3s \\ y = 1 + 3r - 6s \\ z = 2 - 3r + 4s \\ \quad r, s \in R \end{array}$ $\qquad p: \begin{array}{l} x = 4 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = -6 - 4t \\ \quad t \in R \end{array}$

[priamka rovinu pretína, $P = [1, 1, -2]$]

665. Určte rovnice všetkých kružníc, ktoré prechádzajú bodom $A = [6, 9]$, majú stred na priamke $p : x + 3y - 18 = 0$ a majú polomer $r = 5$.

[$k_1 : (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ a $k_2 : (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 25$]

666. Určte rovnice všetkých kružníc, ktoré prechádzajú bodmi $A = [-2, 1]$, $B = [1, 4]$, a zároveň ich stredy ležia na priamke $p : x - y - 2 = 0$.

[$(x - 2)^2 + y^2 = 17$]

667. Nájdite analytické vyjadrenie paraboly, ktorá je určená ohniskom F a určujúcou priamkou d:

a) $F = [4, 2]$, $d : y = -2$,

b) $F = [5, -1]$, $d : x = 1$.

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ (x - 4)^2 = 8y \\ \textbf{b)}\ (y + 1)^2 = 8(x - 3) \end{array} \right]$$

668. Určte rovnice všetkých parabol, ktoré prechádzajú bodmi $A = [-7, 3]$, $B = [-5, 1]$, majú os rovnobežnú s osou x a parameter $p = -1$.

$$[\ (y-1)^2 = -2(x+5)\ ]$$

669. Určte rovnicu elipsy, ktorá sa dotýka súradnicových osí a ktorej osi sú rovnobežné so súradnicovými osami,
a) ak jej stred je $S = [6, -4]$,
b) ak sa dotýka osi x v bode $R = [-4, 0]$ a osi y v bode $Q = [0, 5]$.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & 16(x-6)^2 + 36(y+4)^2 = 576 \\ \textbf{b)} & 25(x+4)^2 + 16(y-5)^2 = 400 \end{array}\right]$$

670. Napíšte rovnicu hyperboly, ak sú dané obidve jej asymptoty $y = 2x-6$, $y = -2x+10$, hlavná os je rovnobežná s osou x a $a = 2$.

$$\left[\ \tfrac{(x-4)^2}{4} - \tfrac{(y-2)^2}{16} = 1\ \right]$$

671. Nájdite rovnicu hyperboly so stredom v bode [0,0], ktorá prechádza bodom $M = [9, 2\sqrt{5}]$ a má asymptotu $2x - 3y = 0$.

$$\left[\ \tfrac{x^2}{36} - \tfrac{y^2}{16} = 1\ \right]$$

672. Určte množinu bodov, ktorej analytické vyjadrenie je
a) $9x^2 - 16y^2 - 36x - 96y - 252 = 0$,
b) $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 32 = 0$.

$$\left[\begin{array}{ll} \textbf{a)} & \text{hyperbola } S = [2, -3],\ a = 4,\ b = 3 \\ \textbf{b)} & \text{dve priamky } p : 3x - 2y + 8 = 0,\ \ q : 3x + 2y + 4 = 0 \end{array}\right]$$

673. Určte druh kužeľosečky a nájdite jej charakteristiky:
a) $4x^2 + 4y^2 - 24x - 32y + 51 = 0$
b) $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$
c) $16x^2 + 4y^2 + 64x - 32y + 64 = 0$
d) $x^2 - 4y^2 + 6x + 32y - 155 = 0$
e) $9x^2 - 16y^2 - 36x + 32y - 124 = 0$
f) $y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$
g) $x^2 + 4x + 6y + 13 = 0$

[**a)** kružnica, $S = [3,4]$, $r = \frac{7}{2}$
b) elipsa, $S = [3,2]$, $a = 5$, $b = 3$
c) elipsa, $S = [-2,4]$, $a = 2$, $b = 4$
d) hyperbola, $S = [-3,4]$, $a = 10$, $b = 5$
e) hyperbola, $S = [2,1]$, $a = 4$, $b = 3$
f) parabola, $V = [-2,3]$
g) parabola, $V = [-2,-1.5]$]

674. Je daná hyperbola $9x^2 - 16y^2 - 36x - 96y - 252 = 0$. Vypočítajte vzdialenosť jej stredu od počiatku súradnicovej sústavy.

[$\sqrt{13}$]

675. Overte, že rovnica $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 32 = 0$ je analytickým vyjadrením elipsy. Určte stred a veľkosti poloosí tejto elipsy. Potom zistite, pre ktoré reálne čísla a je priamka $3x + 2y + a = 0$ sečnicou, dotyčnicou, resp. vonkajšou priamkou danej elipsy.

[$S = [-2,1]$, $a = 2\sqrt{10}$, $b = \sqrt{10}$,
je sečnicou pre $a \in (-16, 24)$,
je dotyčnicou pre $a = -16$; $a = 24$,
je vonkajšou priamkou pre $a \in (-\infty, -16) \cup (24, \infty)$.]

676. Napíšte rovnice všetkých dotyčníc hyperboly $4x^2 - y^2 = 36$, ktoré sú rovnobežné s priamkou $5x - 2y + 7 = 0$.

[$t_1 : 5x - 2y + 9 = 0$ a $t_2 : 5x - 2y - 9 = 0$]

677. Nájdite rovnice dotyčníc elipsy $9x^2 + 16y^2 = 144$, ktoré majú smernicu $k = 1$.

[$t_1 : x - y + 5 = 0$ a $t_2 : x - y - 5 = 0$]

678. Napíšte rovnice dotyčníc vedených z bodu $P = [-3,1]$ k parabole $y^2 = 8x$.

[$t_1 : 2x - 3y + 9 = 0$ a $t_2 : x + y + 2 = 0$]

679. Napíšte všeobecnú rovnicu dotyčnice ku kružnici v bode dotyku $T = [5,-1]$, ak stred kružnice má súradnice $S = [2,-5]$.

[$3x + 4y - 11 = 0$]

680. Napíšte rovnice dotyčníc kružnice $x^2 + y^2 = 5$ s bodmi dotyku v jej priesečníkoch s priamkou $x - 3y + 5 = 0$. Aký uhol zvierajú dotyčnice?

$[\ t_1 : x + 2y - 5 = 0 \ \text{ a } \ t_2 : 2x - y + 5 = 0,\ \gamma = 90^\circ\ ]$

681. Napíšte rovnice všetkých dotyčníc elipsy $25x^2 + 36y^2 = 100$, ktoré zvierajú s priamkou $3x - y + 2 = 0$ uhol 45°.

$[\ t_{1,2} : 3x - 6y \pm \sqrt{136} = 0 \ \text{ a } \ t_{3,4} : 6x + 3y \pm 13 = 0\ ]$

682. Určte vzájomnú polohu priamky $3x - 4y + 15 = 0$ a krivky $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$. (Riešte použitím vhodnej parametrizácie priamky.)

[dotyčnica, $T = [-1, 3]$]

683. Určte rovnice všetkých dotyčníc paraboly $y^2 - 6x - 6y + 3 = 0$, ktoré sú kolmé na priamku $x + 3y + 2 = 0$.

$[\ 6x - 2y + 13 = 0\ ]$

684. Na parabole $y^2 = 36x$ nájdite bod, ktorý má najmenšiu vzdialenosť od priamky $9x - y + 83 = 0$.

$[\ [\frac{1}{9}, 2]\ ]$

685. Na elipse $8x^2 + 25y^2 = 1\,800$ nájdite bod, ktorý má najmenšiu vzdialenosť od priamky $x + 5y - 71 = 0$.

$[\ [5, 8]\ ]$

V úlohách 686 – 689 vypočítajte hľadané prvky pravouhlého trojuholníka (označenie a, b - odvesny, c - prepona):

686. $a + b = 35$, $c = 25$, $a =?$, $b =?$

[$a = 20$, $b = 15$ alebo $a = 15$, $b = 20$]

687. $c = 26$, $a : b = 12 : 5$, $a =?$, $b =?$

[$a = 24$, $b = 10$]

688. $a = 3$, $b = 4$, $v_c =?$, $c_a =?$, $t_c =?$

[$v_c = \frac{12}{5}$, $c_a = \frac{9}{5}$, $t_c = \frac{5}{2}$]

689. $a = 17$, $v_c = 8$, $P =?$

[$\frac{1156}{15}$]

690. Základňa rovnoramenného trojuholníka je 20 cm, obsah 240 cm^2. Vypočítajte obvod O tohto trojuholníka.

[$O = 72$ cm]

691. Určte dĺžku základne a ramena rovnoramenného trojuholníka, ak rameno je o 1 cm dlhšie ako základňa a o 2 cm dlhšie ako výška na základňu.

[$z = 16$ cm, $r = 17$ cm]

692. Vypočítajte obsah pravidelného šesťuholníka vpísaného do kružnice s polomerom $r = 3$ cm.

[$\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2]

693. Vypočítajte obsah kosoštvorca, ktorý má výšku $v = 48$ mm a kratšiu uhlopriečku $u = 60$ mm.

[24 cm^2]

694. V kosoštvorci, ktorého plošný obsah je 864 cm^2, je jedna uhlopriečka o 12 cm kratšia ako druhá. Určte dĺžku strany a uhlopriečok kosoštvorca.

[$a = 30$ cm, $u_1 = 36$ cm, $u_2 = 48$ cm]

695. Vypočítajte obsah obdĺžnika, ktorý má obvod $O = 14$ cm a uhlopriečku $u = 5$ cm.

[12 cm^2]

696. Obraz tvaru obdĺžnika s rozmermi 40 cm a 60 cm má byť zarámovaný rámom všade rovnako širokým. Obsah plochy rámu sa má rovnať obsahu obrazu. Určte šírku rámu.

[10 cm]

697. Výška a dve rovnobežné strany lichobežníka sú v pomere $v : c : a = 2 : 3 : 5$. Obsah lichobežníka je $P = 512$ mm^2. Určte dĺžku rovnobežných strán lichobežníka.

[$a = 40$ mm, $c = 24$ mm]

698. V lichobežníku $ABCD$ má priesečník uhlopriečok vzdialenosť 3 cm od základne AB, pričom $AB = 8$ cm. Vypočítajte dĺžku druhej základne CD, ak obsah lichobežníka je 27 cm^2.

[4 cm]

699. Určte polomer kružnice, v ktorej tetiva, vzdialená od stredu kružnice 8 cm, je o 13 cm dlhšia ako polomer kružnice.

[17 cm]

700. Dĺžky dvoch sústredných kružníc sú $O_1 = 20\pi$, $O_2 = 16\pi$. Vypočítajte obsah medzikružia určeného kružnicami.

[36π]

701. Vypočítajte povrch kocky, ak dĺžka jej telesovej uhlopriečky je 21 cm.

[882 cm^2]

702. Vypočítajte hrany kvádra, ak jeho povrch je $S = 88$cm^2 a pomer hrán $a : b : c = 1 : 2 : 3$.

[$a = 2$ cm, $b = 4$ cm, $c = 6$ cm]

703. V bazéne tvaru kvádra je 150 m^3 vody. Určte rozmery dna, ak hĺbka vody je 250 cm a jeden rozmer dna je o 4 m väčší ako druhý.

[6 m, 10 m]

704. Vypočítajte rozmery kvádra, ak obsahy jeho troch stien sú $P_1 = 6$ dm^2, $P_2 = 10$ dm^2, $P_3 = 15$ dm^2.

[2 dm, 3 dm, 5 dm]

705. Kváder má jednu hranu $a = 12$ cm, telesovú uhlopriečku $u_1 = 13$ cm a objem $V = 144$ cm^3. Určte veľkosti ostatných hrán.

[$b = 3$ cm, $c = 4$ cm alebo $b = 4$ cm, $c = 3$ cm]

706. Povrch kvádra je 376 cm^2. Rozmery jeho strán sú v pomere 3 : 4 : 5. Vypočítajte objem kvádra.

[480 cm^3]

707. Vypočítajte povrch hranola, ktorého podstava je kosoštvorec s uhlopriečkami $u_1 = 5$ cm, $u_2 = 8$ cm a ktorého výška je rovná dvojnásobku podstavnej hrany.

[218 cm^2]

708. Z obdĺžnika s obsahom 6 dm^2 bol zvinutý plášť valca s objemom $\frac{18}{\pi}$ dm^3. Vypočítajte rozmery obdĺžnika.

[0.5 dm, 12 dm]

709. Vypočítajte objem rotačného valca, ak je daný jeho povrch $S = 12\pi$ dm^2 a výška $v = 1$ dm.

[4π dm^3]

710. Vypočítajte objem pravidelného štvorbokého zrezaného ihlana, ak hrana dolnej podstavy je $a_1 = 6$ cm, hrana hornej podstavy $a_2 = 2$ cm a bočná hrana $s = 3$ cm.

[$\frac{52}{3}$ cm^3]

711. Vypočítajte povrch a objem rotačného kužeľa, ak polomer základne je $r = 5$ cm a strana $s = 13$ cm.

[$S = 90\pi$ cm^2, $V = 100\pi$ cm^3]

712. Kužeľ má objem $V = 4\pi$ dm^3 a obsah osového rezu $P = 6$ dm^2. Určte jeho rozmery.

[$r = 2$ dm, $v = 3$ dm]

713. Zrezaný rotačný kužeľ má podstavy s polomermi $r_1 = 8$ cm, $r_2 = 4$ cm a výšku $v = 5$ cm. Aký je objem kužeľa, z ktorého zrezaný kužeľ vznikol?

[$\frac{640}{3}\pi$ cm^3]

714. Do gule s polomerom x máme vpísať valec tak, aby polomer jeho podstavy bol o 2 cm a jeho výška o 1 cm menšia ako polomer gule. Určte polomer gule.

[17cm]

715. Z troch gúľ s polomermi $r_1 = 3$ cm, $r_2 = 4$ cm, $r_3 = 5$ cm zliali jednu guľu. Vypočítajte jej polomer a povrch.

[$r = 6$ cm, $S = 144\pi$ cm^2]

716. Postupnosť je daná rekurentným vzťahom $a_{n+1} = \frac{1}{n+1} \cdot a_n$, pričom hodnotu a_1 udáva prirodzené číslo vyhovujúce nerovnici $\frac{3x-2}{4} - \frac{1-2x}{5} < 3 - \frac{x+1}{5}$. Nájdite prvých päť členov postupnosti.

$$\left[\begin{array}{l} 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{24},\ \frac{1}{120} \\ 2,\ 1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{12},\ \frac{1}{60} \end{array} \right]$$

717. Postupnosť je daná rekurentne vzorcom $a_{n+1} = (n+1)a_n - n \cdot a_{n-1}$, pričom hodnoty členov a_1, a_2 udávajú korene rovnice $\frac{x+3}{x-2} - \frac{x-2}{x+3} = \frac{5}{6}$. Určte hodnotu člena a_3 za predpokladu, že $a_1 < a_2$.

[$a_3 = 38$]

718. Postupnosť $\{a_n\}$ je daná rekurentne vzťahmi $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 4 - (-1)^n a_n$. Nájdite súčet prvých 84 členov tejto postupnosti.

[$s_{84} = 168$]

719. Zistite, či postupnosť $\left\{ \frac{2n}{n+1} + \frac{n+1}{3n} \right\}$ je monotónna a ohraničená.

[rastúca, ohraničená]

720. Vyjadrite rekurentným vzťahom postupnosť:

a) $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \right\}$

b) $\{\log 3^n\}$

[**a)** $a_{n+1} = \frac{n}{n+2} \cdot a_n$, $a_1 = \frac{1}{2}$
b) $a_{n+1} = a_n + \log 3$, $a_1 = \log 3$]

721. Postupnosť je daná rekurentným vzťahom $a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n$, pričom hodnotu člena a_1 udáva koreň rovnice $\frac{x^4+x^3}{(x+2)(x-1)} = x^2 + 2$. Napíšte jej prvé štyri členy.

[$2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4}$]

722. Od ktorého člena počnúc sú všetky ďalšie členy postupnosti menšie než $\frac{1}{1000}$?

a) $\left\{ \frac{1}{2+3n} \right\}$

b) $\left\{ \left| \frac{1}{1-2n} \right| \right\}$

[**a)** a_{333}
b) a_{501}]

723. Postupnosť je daná vzorcom $a_{n+1} = a_n - a_{n-1}$. Dokážte, že člen $a_{n+3} = -a_n$ a $a_{n+6} = a_n$. (Návod: Z rekurentného vzorca určte a_{n+2} a a_{n+3} a sčítajte ich.)

724. Určte množiny hodnôt n, pre ktoré je daná postupnosť rastúca, resp. klesajúca

a) $\{7n - n^2\}$

b) $\left\{\sqrt{n^2 - 9n + 21}\right\}$

[**a)** rastúca pre $n \in \{1, 2, 3\}$, klesajúca pre $n \in \{4, 5, 6, ...\}$
b) rastúca pre $n \in \{5, 6, 7, ...\}$, klesajúca pre $n \in \{1, 2, 3, 4\}$]

725. Dokážte, že postupnosť $\left\{\frac{n^2}{n^2+2n+1}\right\}$ je ohraničená.

726. Určte počet n členov aritmetickej postupnosti, ak jej diferencia je $d = -12$ a ďalej vieme, že $a_n = 15$, $s_n = 456$.

[$n = 8$]

727. Súčet prvých desiatich členov aritmetickej postupnosti je 120. Aký bude tento súčet, ak sa diferencia postupnosti zmenší o 2 ?

[$s_{10} = 30$]

728. Je daná aritmetická postupnosť, ktorej n−tý člen je $a_n = 33 - 3n$. Určte ten člen postupnosti, ktorý sa rovná osmine súčtu všetkých predchádzajúcich členov.

[$a_6 = 15; \;\; a_{33} = -66$]

729. Súčet prvých n členov aritmetickej postupnosti je $s_n = 4n^2 - 3n$. Určte jej n-tý člen.

[$a_n = 8n - 7$]

730. Súčet prvých n členov aritmetickej postupnosti je $s_n = \frac{1}{4}(3n^2 + 9n)$. Určte a_1, a_n, d.

[$a_1 = 3$, $a_n = \frac{3}{2}(n + 1)$, $d = \frac{3}{2}$]

731. Určte a_n a s_n v aritmetickej postupnosti, keď poznáte hodnotu dvoch členov $a_6 = 7$, $a_{13} = 15$.

[$a_n = \frac{1}{7}(8n+1)$, $s_n = \frac{1}{7}(4n^2+5n)$]

732. Určte s_n a a_n v aritmetickej postupnosti, pre ktorú platí $a_3 + a_7 = 38$, $a_5 + a_{10} = 58$.

[$a_n = 4n - 1$, $s_n = 2n^2 + n$]

733. V ktorej aritmetickej postupnosti platia vzťahy $a_1 + a_7 = 22$, $a_3 \cdot a_4 = 88$? Napíšte prvých šesť členov.

[2, 5, 8, 11, 14, 17]

734. Nájdite klesajúcu aritmetickú postupnosť, pre ktorú platí $a_1 + a_2 + a_3 = 27$, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 275$.

[13, 9, 5]

735. Strany pravouhlého trojuholníka tvoria aritmetickú postupnosť. Veľkosť prepony je 30 cm. Určte veľkosti odvesien.

[18 cm, 24 cm]

736. Rozmery kvádra tvoria tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Určte ich veľkosť, ak ich súčet je 24 cm a objem kvádra je 312 cm^3.

[3 cm, 8 cm, 13 cm]

737. Rozmery kvádra tvoria tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Súčet dĺžok všetkých hrán kvádra je 96 cm, povrch $S = 334$ cm^2. Určte objem kvádra.

[312 cm^3]

738. Dokážte, že pre každé $a, b \in R$ určujú čísla $(a+b)^2$, $a^2 + b^2$, $(a-b)^2$ aritmetickú postupnosť.

739. Dokážte, že v každej aritmetickej postupnosti platí vzťah: $a_{k-1}^2 + 8a_k \cdot a_{k+1} = (2a_k + a_{k+1})^2$.

740. Medzi korene rovnice $x^2 + x - 12 = 0$ vložte trinásť čísel tak, aby spolu s týmito koreňmi tvorili prvých 15 členov aritmetickej postupnosti.

[$a_1 = -4$, $a_{15} = 3$, $d = \frac{1}{2}$ alebo $a_1 = 3$, $a_{15} = -4$, $d = -\frac{1}{2}$]

741. Číslo 55 rozložte na súčet piatich čísel tak, aby každé nasledujúce číslo bolo o 4 väčšie než predchádzajúce. Ktoré čísla spĺňajú túto podmienku?

[3, 7, 11, 15, 19]

742. Určte tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti, ktorá má diferenciu $d = \frac{13}{3}$, ak viete, že súčin týchto čísel sa rovná ich súčtu.

[$-\frac{13}{3}, 0, \frac{13}{3}$ alebo $-\frac{27}{3}, -\frac{14}{3}, -\frac{1}{3}$ alebo $\frac{1}{3}, \frac{14}{3}, \frac{27}{3}$]

743. Nájdite tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti, keď viete, že ich súčet je $3z$ a ich súčin je $z^3 - 4$, kde $z \in R^+$.

[$z - \frac{2}{\sqrt{z}}, z, z + \frac{2}{\sqrt{z}}$ alebo $z + \frac{2}{\sqrt{z}}, z, z - \frac{2}{\sqrt{z}}$]

744. Koľko členov aritmetickej postupnosti, v ktorej $a_1 = 2$, $d = 3$, musíme najmenej sčítať, aby súčet presiahol 2 000 ?

[37]

745. Koľko členov aritmetickej postupnosti, v ktorej $a_{10} = 8$, $a_{15} = 18$, musíme sčítať, aby súčet bol väčší ako 100 a menší ako 110 ?

[17]

746. Medzi korene rovnice $x^2 - 9x + 8 = 0$ vložte dve čísla tak, aby vznikli štyri za sebou idúce členy geometrickej postupnosti. Určte ich.

[1, 2, 4, 8 alebo 8, 4, 2, 1]

747. Určte také číslo, ktoré postupne zväčšené o 7, 23, 71 dáva tri za sebou nasledujúce členy geometrickej postupnosti.

[1]

748. Určte prvé tri členy geometrickej postupnosti, v ktorej platí $a_1 + a_3 = 20$, $a_1 + a_2 + a_3 = 26$.

[2, 6, 18 alebo 18, 6, 2]

749. V geometrickej postupnosti štyroch členov je súčet krajných dvoch členov 195 a súčet vnútorných dvoch členov 60. Určte túto postupnosť.

[$q = 4,\ a_1 = 3$ alebo $q = \frac{1}{4},\ a_1 = 192$]

750. Zistite, či postupnosť $\left\{2^n \cdot 3^{2-n}\right\}$ je aritmetická alebo geometrická.

[geometrická postupnosť]

751. Akú postupnosť tvoria logaritmy členov geometrickej postupnosti s prvým členom $a_1 > 0$ a s kvocientom $q > 0$?

[aritmetická postupnosť, $a_1^* = \log a_1,\ d = \log q$]

752. V geometrickej postupnosti platia vzťahy: $a_3 - a_1 = 24$, $a_5 - a_1 = 624$. Určte s_6.

[$s_6 = 3\ 906$ alebo $s_6 = -2\ 604$]

753. Určte n v geometrickej postupnosti, v ktorej $a_n = \frac{16}{3}$, $q = 2$, $s_n = \frac{21}{2}$.

[$n = 6$]

754. Tri kladné čísla tvoria trojčlennú geometrickú postupnosť. Ich súčet je 21 a súčet ich prevrátených hodnôt je $\frac{7}{12}$. Nájdite tieto čísla.

[3, 6, 12]

755. Je daná geometrická postupnosť, pre ktorú $s_n = 10(2^n - 1)$. Určte jej siedmy člen.

[$a_7 = 640$]

756. Súčet prvých n členov geometrickej postupnosti je $\frac{3^n - 2^n}{2^{n-2}}$. Určte jej n−tý člen.

[$a_n = 2(\frac{3}{2})^{n-1}$]

757. V geometrickej postupnosti je súčet prvých n členov 3 069. Určte počet členov postupnosti, ak viete, že platí $a_1 + a_5 = 51$, $a_2 + a_6 = 102$.

[$n = 10$]

758. Je daný trojuholník ABC, ktorého strany a, b, c tvoria tri za sebou idúce členy geometrickej postupnosti a platí $\sin\alpha = \frac{5}{6}$,

$\sin\gamma = 0.9$. Určte veľkosť uhla β tohto trojuholníka.

[60°]

759. Veľkosti strán pravouhlého trojuholníka sú tromi za sebou idúcimi členmi geometrickej postupnosti. Určte ich, ak polomer kružnice opísanej danému trojuholníku je $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

[$\frac{1}{2}(5-\sqrt{5})$, $\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt[4]{5}\sqrt{5-\sqrt{5}}$, $\sqrt{5}$]

760. Povrch kvádra je 78 cm^2, súčet rozmerov kvádra je 13 cm. Určte jeho objem, ak jeho rozmery tvoria tri za sebou idúce členy geometrickej postupnosti.

[27 cm^3]

761. Tri čísla, ktoré tvoria aritmetickú postupnosť, majú súčet 30. Ak odčítame od prvého 5, od druhého 4 a tretie necháme bez zmeny, dostaneme geometrickú postupnosť. Určte ju.

[3, 6, 12 alebo 12, 6, 3]

762. V určitom roku dosiahol hrubý objem výroby v závode hodnotu 10 mil. Sk. Aký ročný objem výroby môžeme očakávať o 5 rokov pri 10% ročnom prírastku ?

[16.105 mil. Sk]

763. Na akú hodnotu sa znížia náklady na výrobu určitého výrobku o 4 roky, ak sa každoročne znižujú o 5%, pričom pôvodné náklady boli 1 500 Sk ? O koľko percent sa znížia vzhľadom na pôvodné náklady ?

[1 221.80 Sk, čo je zníženie o 18.55 %]

764. Určte hodnotu vkladu, ktorý vzrastie za 20 rokov pri 2.5% ročnom zloženom úrokovaní na 30 000 Sk ?

[18 308 Sk]

765. O koľko percent ročne treba počas desiatich rokov zvyšovať výrobu, aby sa o desať rokov pri konštantnom percentuálnom prírastku zvýšila dvojnásobne ?

[7.18%]

766. V meste, ktoré má 10 000 obyvateľov, je ročný prírastok 25 obyvateľov na 1000 obyvateľov. Koľko obyvateľov bude mať toto mesto po 10 rokoch odteraz ?

[12 800 obyvateľov]

767. Súčet prvých dvoch členov klesajúcej geometrickej postupnosti je $\frac{5}{4}$ a súčet nekonečného geometrického radu z nej utvoreného je $\frac{9}{4}$. Napíšte prvé tri členy geometrickej postupnosti.

$\left[\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3}\ \right]$

768. Je daný štvorec so stranou a. Spojnice stredov jeho strán utvoria opäť štvorec, spojnice stredov strán nového štvorca opäť štvorec atď., až do nekonečna. Vypočítajte, k akej hranici sa blíži súčet obvodov a k akej hranici súčet obsahov týchto štvorcov.

[súčet obvodov $4a(2+\sqrt{2})$, súčet obsahov $2a^2$]

769. Vypočítajte súčet nekonečného geometrického radu

a) $1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\cdots$

b) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{12}-\frac{1}{24}+\frac{1}{48}-\cdots$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{8}+\frac{1}{27}+\cdots$

[**a)** 3, **b)** $\frac{2}{9}$, **c)** $\frac{3}{2}$]

770. Zistite, či daný nekonečný geometrický rad konverguje a určte jeho súčet:

a) $(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}-2)^2+(\sqrt{5}-2)^3+\cdots$

b) $1+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)^3+\cdots$

$$\left[\begin{array}{l}\textbf{a)}\ q=\sqrt{5}-2,\ |q|<1,\text{ rad konverguje, } s=\frac{\sqrt{5}-1}{4}\\ \textbf{b)}\ q=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}},\ |q|<1,\text{ rad konverguje, } s=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}{2}\end{array}\right]$$

771. Riešte rovnice a nájdite podmienku, kedy existuje súčet príslušného nekonečného radu

a) $1-x+x^2-x^3+\cdots=\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $1+\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{8}{x^3}+\cdots=\frac{4x-3}{3x-4}$

c) $\frac{1}{2x}+4-3x+(4-3x)^2+\cdots=0$

$$\left[\begin{array}{l} \textbf{a)}\ \ x \in (-1,1);\quad x = \sqrt{2}-1 \\ \textbf{b)}\ \ x \in (-\infty,-2)\cup(2,\infty);\quad x = 6 \\ \textbf{c)}\ \ x \in (1,\frac{5}{3});\quad x = \frac{3}{2} \end{array}\right]$$

772. Riešte rovnicu:

a) $\log x + \log\sqrt{x} + \log\sqrt[4]{x} + \log\sqrt[8]{x} + \cdots = 2$

b) $2^x + 4^x + 8^x + 16^x + \cdots = 1$

[**a)** 10; **b)** -1]

773. Zistite, pre ktoré čísla x možno určiť súčet radu a potom tento súčet vypočítajte:
$\sin^2 x + \cos^2 x + \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^6 x + \cos^6 x + \cdots$

[$x \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$; $s = \mathrm{tg}^2\, x + \mathrm{cotg}^2\, x$]

774. Zapíšte čísla s nekonečným desatinným rozvojom pomocou zlomkov:

a) $2.\overline{4}$ **b)** $0.\overline{23}$ **c)** $2.\overline{403}$

[**a)** $2 + \frac{4}{9}$ **b)** $\frac{23}{99}$ **c)** $2 + \frac{403}{999}$]

775. Menší koreň rovnice $2x^2 - 5x + 2 = 0$ sa rovná prvému členu nekonečného konvergentného geometrického radu, väčší koreň sa rovná jeho súčtu. Určte kvocient radu. [$q = \frac{3}{4}$]

776. Koľko rôznych päťciferných čísel možno napísať číslicami 0, 1, 4, 7, 9 ? Koľko takých, aby boli zároveň deliteľné dvoma?

[96, 42]

777. Ak sa zväčší počet prvkov množiny o dva, zväčší sa počet jej permutácií 12-krát. Určte počet prvkov množiny.

[2]

778. Koľko slov (aj nezmyselných) môžeme utvoriť poprehadzovaním hlások zo slova:
a) HODINY
b) STRAVENKY
c) SLOVENSKO
d) MATEMATIKA

[**a)** 720 **b)** 362 880 **c)** 90 720 **d)** 151 200]

779.
a) Koľkými spôsobmi sa dá 8 ľudí (Adam, Vincent, Eva, Igor, Oto, Peter, Viera, Zuzana) rozsadiť v kupé pre 8 cestujúcich? Koľko z nich je takých, že
b) Eva sedí v smere jazdy,
c) Viera sedí pri okne,
d) Adam a Eva sedia v rôznych smeroch,
e) Peter a Igor nesedia vedľa seba?

[**a)** $8!$ **b)** $4 \cdot 7!$ **c)** $2 \cdot 7!$ **d)** $32 \cdot 6!$ **e)** $44 \cdot 6!$]

780. Zistite, koľko existuje prirodzených šesťciferných čísel, ktorých ciferný súčet je štyri.

[56]

781. V lavici sedí 5 žiakov, z ktorých dvaja sú bratia a chcú sedieť vedľa seba. Koľkými spôsobmi môžeme rozsadiť týchto žiakov tak, aby bratia sedeli vždy vedľa seba?

[48]

782. Určte počet možných pätíc, ktoré možno nastaviť na zámku trezora s piatimi kruhmi, na ktorých sú číslice $0, 1, 2, \cdots 9$, ak
a) v pätici sa každé číslo vyskytuje len raz

b) nie je žiadne obmedzenie.

[**a)** 30 240, **b)** 10^5]

783. Ak sa zväčší počet prvkov množiny o dva, zväčší sa počet variácií tretej triedy o 384. Koľko prvkov má množina?

[8]

784. Počet variácií tretej triedy bez opakovania z n prvkovej množiny je v pomere 21:32 k počtu variácií tretej triedy s opakovaním. Koľko prvkov má množina ?

[8]

785. Koľko je **a)** päťciferných, **b)** štvorciferných, **c)** trojciferných čísel s rôznymi ciframi, ak čísla neobsahujú cifry 0, 1, 3, 4, 6 ?

[**a)** 120 **b)** 120 **c)** 60]

786. Koľko je **a)** dvojciferných, **b)** trojciferných, **c)** n-ciferných čísel neobsahujúcich cifry 9, 8, 7, 6, 5 ?

[**a)** 20 **b)** 100 **c)** $4 \cdot 5^{n-1}$]

787. Koľko existuje prirodzených čísel menších ako 10^4, ktorých cifry sú navzájom rôzne ?

[5 274]

788. Koľkými spôsobmi sa mohlo vyvíjať skóre zápasu, ktorý skončil **a)** 5 : 3, **b)** 3 : 5, **c)** 7 : 4, **d)** $A : B$?

[**a)** 56 **b)** 56 **c)** 330 **d)** $\binom{A+B}{A}$]

789. Päť chlapcov a štyri dievčatá si sľúbili, že si cez prázdniny pošlú navzájom pohľadnicu.

a) Koľko pohľadníc rozoslali, ak každý dodržal sľub ?

b) Koľko pohľadníc rozoslali, ak si chlapci navzájom pohľadnice neposielali ?

[**a)** 72 **a)** 52]

790. Futbalové mužstvo má troch brankárov, piatich obrancov, štyroch záložníkov a desiatich útočníkov. Koľko rôznych mužstiev môže tréner zostaviť ? (mužstvo má jedného brankára, štyroch obrancov, dvoch záložníkov a štyroch útočníkov).

[18 900]

791. Koľko priamok je určených desiatimi bodmi, ak
a) žiadne tri z nich neležia na priamke,
b) štyri z nich ležia na jednej priamke ?

[**a)** 45 **b)** 40]

792. Koľko rovín je určených pätnástimi bodmi, ak
a) žiadne štyri neležia v jednej rovine,
b) päť z nich leží v jednej rovine ?

[**a)** 455 **b)** 446]

793. Zo siedmich mužov a štyroch žien sa má vybrať šesťčlenná skupina, v ktorej sú aspoň tri ženy. Určte, koľkými spôsobmi sa dá výber urobiť.

[161]

794. Zjednodušte výraz pre všetky $x \in Z$, pre ktoré je definovaný:

$$\frac{1}{x!} - \frac{3}{(x+1)!} - \frac{x^2-4}{(x+2)!}.$$

[0]

795. V obore prirodzených čísel riešte nerovnicu

$$\binom{n+3}{2} \geq 3\binom{n-3}{2}.$$

[5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]

796. Riešte v N nerovnicu $\dfrac{(x+1)!}{2(x-1)!} < 21.$

[1, 2, 3, 4, 5]

797. Riešte v N nerovnicu

$$\binom{n}{2} + \binom{n+3}{n+1} + \binom{n+6}{2} < 93.$$

[2, 3, 4]

798. Riešte v Z nerovnicu

$$(x+2)!\left[\frac{1}{x!}+\frac{1}{(x+1)!}-\frac{9}{(x+2)!}\right]\leq 0.$$

[0, 1]

799. Riešte v N rovnicu

$$\binom{x}{1}\binom{x}{2}-3\binom{x}{2}\binom{x}{3}=0.$$

[3]

800. Riešte v N rovnicu

$$12\binom{x}{x-2}+37\binom{x}{x-1}=5\binom{x}{x}+30\binom{x}{x-3}.$$

[5]

801. Riešte v N rovnicu

$$\binom{n+1}{n-1}\binom{n+1}{2}-9\binom{n+1}{2}+18=0.$$

[2, 3]

802. Riešte v N rovnicu

$$\binom{x}{2}+\binom{x-1}{2}=a^2, a\in N.$$

[$1+a;\ a\geq 2$]

803. Použitím binomickej vety vypočítajte $(1+\sqrt{2})^5$.

[$41+29\sqrt{2}$]

804. Tretí člen binomického rozvoja výrazu

$$\left(\sqrt[3]{\frac{\sqrt{7}}{2}+m}\right)^8$$

sa rovná jednej. Vypočítajte, aké musí byť m.

[$m=\pm\frac{1}{7}$]

805. Pre akú hodnotu x sa piaty člen binomického rozvoja výrazu

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2}\right)^{10}$$

rovná číslu 105?

$\left[\ \frac{1}{8}\ \right]$

806. Ktorý člen binomického rozvoja

$$\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2}+\frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$$

obsahuje mocninu a^7?

[siedmy]

807. Súčet koeficientov prvého, druhého a tretieho člena binomického rozvoja $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^m$ je rovný 46. Nájdite člen, ktorý neobsahuje x.

[siedmy, 84]

808. Šiesty člen binomického rozvoja

$$\left(\frac{1}{x^2\sqrt[3]{x^2}}+x^{2\log x}\right)^8$$

je rovný 5 600. Nájdite hodnotu $x \in R$, vyhovujúcu danej rovnosti.

$\left[\ 10,\ \frac{1}{\sqrt[5]{10}}\ \right]$

809. Určte všetky reálne čísla x tak, aby sa štvrtý člen binomického rozvoja výrazu

$$\left(x^{\frac{1}{2(1+\log x)}}+\sqrt[12]{x}\right)^6$$

rovnal číslu 200.

$[\ 10,\ 10^{-4}\ ]$

810. Určte pre aké hodnoty $x \in R$ v binomickom rozvoji

$$\left(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}}\right)^m$$

je súčet tretieho a piateho člena rovný 135, ak súčet binomických koeficientov troch posledných členov je rovný 22.

[$-1, 2$]

LITERATÚRA

1. BENDA P., DAŇKOVÁ B., SKÁLA J.: Zbierka maturitných úloh z matematiky, SPN Bratislava, 1963.
2. BURJAN V., HRDINA Ľ., MAXIAN M.: Prehľad matematiky, SPN Bratislava, 1997.
3. BUŠEK I., BERO P., CALDA E., RIEČAN B., SMIDA J.: Zbierka úloh z matematiky pre 4. ročník gymnázia, SPN Bratislava, 1991.
4. CALDA E., JIRÁSEK F., BENEŠOVÁ K.: Požiadavky z matematiky na prijímacie skúšky na vysoké školy, SPN Bratislava, 1988.
5. GROŠEK O., VOLAUF P.: Príklady z matematiky na prijímacie pohovory, ALFA Bratislava, 1988.
6. HECHT T., ČERNEK P.: Matematika pre 1. ročník gymnázií a SOŠ, Zošit 5, Zbierka úloh, Orbis Pictus Istropolitana Bratislava, 1996.
7. KRIŽALKOVIČ K., CUNINKA A., ŠEDIVÝ O.: 500 riešených slovných úloh z matematiky, ALFA Bratislava, 1971.
8. KADLEČKOVÁ M.: Matematika, základné požiadavky pre prijímacie skúšky na vysoké školy, Pedagogická spoločnosť Jána Amosa Komenského, Banská Bystrica, 1995.
9. NOVÁKOVÁ E., VEIT J.: Sbírka úloh z matematiky pro zájemce o studium na vysokých školách technických, SNTL Praha, 1962.
10. PELLER F., DROBNÁ O., ŠÁNER V.: Matematika, požiadavky pre štúdium na EU v Bratislave, Edičné stredisko EU v Bratislave, 1993.

11. PELLER F., ŠÁNER V., ELIÁŠ J., PINDA Ľ.: Matematika, podklady na prijímacie testy pre uchádzačov o štúdium, Vydavateľstvo Ekonóm, EU v Bratislave, 1996.

12. PIRČ V., SCHRÖTTER Š., ŠOLTÉS V.: Matematika pre uchádzačov o štúdium na TU v Košiciach, TU Košice, 1996.

13. SKANAVI M.I. a kol.: Zbornik zadač dlja postupajuščich vo vtuzy, AO "Stoletije", 1999.

14. ŠEDIVÝ J., BOČEK L., POLÁK J.: Matematika pre 3. ročník gymnázií, Analytická geometria lineárnych útvarov, SPN Bratislava, 1997.

15. ŠOLTÉS V., JUHÁSOVÁ Z., ŠVIDROŇOVÁ E.: Súbor príkladov z matematiky pre uchádzačov o štúdium na TU v Košiciach, TU Košice, 1992.

16. VEJSADA F:, TALAFOUS F.: Zbierka úloh z matematiky pre SVŠ, SPN Bratislava, 1972.

OBSAH

RECENZOVALI: doc. RNDr. Martin Bača, CSc.
Mgr. Jana Schusterová

Košice, 2005

ISBN 80–8073–049–0

Názov:	Príklady z matematiky pre uchádzačov o štúdium na TU v Košiciach
Autori:	doc. RNDr. Oto Hudec, CSc., RNDr. Zuzana Kimáková, RNDr. Eva Švidroňová
Vydavateľ:	Ekonomická fakulta TU v Košiciach
Počet strán:	106
Vydanie:	štvrté, rozšírené a prepracované
Tlač:	Vienala, Košice

ISBN 80–8073–049–0